UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

ÁREA ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS

REPRESENTACIONES DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN *EN* LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

PRESENTA:
MARÍA RAQUEL MENDOZA GÓMEZ

DIRECTOR:
DR. RICARDO CANTORAL URIZA

NOVIEMBRE 2003.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS

Fernando Barrera Mora
Coordinador de postgrados del CIMA
barrera@uaeh.reduaeh.mx
(771)7172000 Ext. 6100

Noviembre 10 de 2003.

LIC. ADOLFO PONTIGO LOYOLA,
DIRECTOR DE CONTROL ESCOLAR
DE LA U.A.E.H, P R E S E N T E.

Por este conducto le comunico que el jurado asignado a la pasante de la **Maestría en Ciencias con Orientación en la Enseñanza de las Matemáticas**, Ing. María Raquel Mendoza Gómez, quien presenta el trabajo de tesis **"Representaciones de la Derivada de una Función"**, ha decidido autorizar la impresión del mismo, después de revisarlo en reunión de sinodales.

A continuación aparecen las firmas de conformidad de los integrantes del jurado.

PRESIDENTE:	Dr. Ricardo A. Cantoral Uriza	
SECRETARIO:	Dr. Carlos Rondero Guerrero	
VOCAL:	Dra. Rosa María Farfán Márquez	
SUPLENTE:	Dr. Francisco Javier Lezama Andalón	

Agradezco la atención al presente.

Atentamente",

Fernando Barrera Mora
Coordinador de los Postgrados del CIMA.

Con copia para:
Archivo

ÍNDICE

Introducción

Vivimos en un mundo donde todo cambia constantemente, con frecuencia no tenemos conciencia de aquellos que surgen a nuestro alrededor; y sólo los percibimos al pasar el tiempo.

El cambio que caracteriza la naturaleza, esconde bajo su intrincado aspecto desordenado, un robusto sistema de regularidades. El cambio da lugar a la noción de variación, la cual precisa las cualidades del cambio[1]*,* desarrollando elementos para saber cómo se modifica eso que se transforma.

Los cambios que han sido de gran interés y son estudiados en distintas épocas por grandes Científicos como, Euler, Einstein, Aristóteles, Newton, Galileo y Laplace, entre otros, en diferentes disciplinas científicas, como la Física y las Matemáticas, representándolo con modelos abstractos.

Ante la problemática que existe en la enseñanza de las matemáticas, ha surgido una gran cantidad de estudios que muestran las dificultades especialmente en el aprendizaje del Cálculo, tanto en el nivel medio superior como en el superior. De esta manera como resultado de tales estudios es posible diseñar situaciones didácticas que posibiliten el disminuir este problema.

[1] *"Pensamiento y Lenguaje Variacional"(Guzmán j. Martínez J., Mendoza M. R., Ruiz E. 1988)*

A través de este trabajo se trata de identificar algunos problemas que se presentan en cuanto a la adquisición del conocimiento en donde el profesor tiende a jugar un papel central en el proceso enseñanza-aprendizaje, el cual utiliza el método tradicional en el que se sigue una programación rígida. El profesor acostumbra a dar la clase mediante un discurso y pocas veces toma en cuenta las inquietudes de los estudiantes.

Esta investigación se sitúa dentro de la matemática educativa, bajo la consideración de que: " *La Matemática Educativa estudia los procesos de transmisión y adquisición de los diferentes contenidos matemáticos en situación escolar " (Cantoral R. 1995),* de tal manera que cognitivamente consideramos que el pensamiento matemático tiene la finalidad de explicar cuáles interpretaciones tiene un estudiante sobre un contenido especifico así como los fenómenos entre enseñanza y aprendizaje.

Este proyecto, se desarrolla dentro de la línea de investigación Pensamiento y Lenguaje Variacional[2], en lo que corresponde a las "Representaciones de la derivada de una función", Se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas, en la cual se adecuó y se experimento la situación Didáctica modificada, "La derivada como una organización de las derivadas sucesivas", con la finalidad de analizar cómo el alumno puede identificar la función en las distintas representaciones algebraica, numérica y gráfica de la primera y segunda derivadas.

[2] *Dirigido por El Dr. Ricardo Cantoral Uriza*

Este trabajo consta de cuatro capítulos: en el primero se presentan los antecedentes de la investigación, y los motivos de esta, el planteamiento del problema así como la metodología de investigación que se usó para su desarrollo, y una breve reseña de lo que es la Teoría de Situaciones Didácticas.

En el segundo capítulo, se presenta la aplicación de la Situación Didáctica, "La derivada como una organización de las derivadas sucesivas" adaptada la cual forma parte de un proyecto colectivo dentro de un grupo de trabajo que desarrolla la línea de investigación[3]. Lugar en donde se aplica el trabajo, además de la articulación existente entre el marco teórico y el problema de investigación.

En el tercer capítulo, se presenta el Estado Educativo, es decir el espacio donde se realizó el trabajo el cual se efectúo en la Escuela Preparatoria Número 1 de la U.A.E.H., así como el análisis a priori, los resultados obtenidos en la aplicación de la situación didáctica en todas las etapas de la que consta la investigación.

En el cuarto capítulo, presenta la fase de institucionalización, siendo ésta la etapa en donde el conocimiento se institucionaliza, a través de la socialización se encuentran los fragmentos en los que el alumno logra dominar la dificultad de trabajar con las distintas representaciones de la derivada, identificando el comportamiento de la función.

[3] "*Pensamiento y Lenguaje Variacional*"

Finalmente se presentan conclusiones del trabajo, referencias bibliográficas y los anexos I y II que muestran los problemas que constituyen las situaciones didácticas aplicadas en esta investigación.

CAPÍTULO 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la actualidad dada la presencia de medios tecnológicos como las calculadoras graficadoras, que son utilizados en la enseñanza del Cálculo, se hace necesario incorporar los significados visuales de la derivada, elementos que están presentes en el discurso tradicional, sin embargo, no son significativos para el alumno ya que no los incorpora a su estructura cognitiva, ante este problema el grupo de investigación "Pensamiento y Lenguaje Variacional", ha desarrollado métodos y teorías en un ambiente determinado, a partir del análisis de procesos de transmisión de los saberes, en dónde se busca entender cómo se construye el pensamiento y lenguaje variacional en los estudiantes

Un participante de esta línea de investigación, diseñó y aplicó la Situación Didáctica denominada, *"La derivada corno una organización de las derivadas sucesivas"*[4]*,* uno de sus principales objetivos fue analizar cómo los estudiantes interpretan geométricamente la tercera derivada en un punto localizado en una parte de la gráfica de ciertas funciones. Este autor señala lo siguiente en las conclusiones de su trabajo de tesis:

- Los *problemas referidos a la tercera derivada no pueden resolverse aún en grupo.*

[4] *" Reportada por Rigoberto González tesis de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa en 1999*

- *Aunque en nuestro diseño solo planteamos un problema referido a la tercera derivada, consideramos que no coordinan los aspectos de cambio propios de la derivada"*
- *"En un pedazo de la gráfica no se percibe el cambio de la función como en aspectos globales de las funciones"*

Cuando se plantea una parte de la gráfica ellos no conciben posibles formas de la primera derivada; sin embargo, cuando se les plantean formas globales, pueden utilizar el recurso de proponer una posible gráfica para la primera y segunda derivadas.

Paralelamente con el trabajo antes mencionado un grupo de profesores inscritos en el programa de maestría en la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, y tres equipos de trabajo para obtener el grado de especialidad en Matemática Educativa experimentaron la misma situación didáctica con estudiantes de:

- Nivel superior que cursan carreras de Ingeniería en el instituto Tecnológico de Toluca.
- Bachillerato de la Universidad Autónoma del Estado de México.
- Bachillerato del CBTiS No.8, adscrito a la Dirección General de Educación Tecnológica Industrial de Pachuca Hidalgo.

En los trabajos experimentales de estos equipos, se obtuvieron resultados coincidentes, dentro de los cuales se pueden mencionar de manera general los siguientes resultados:

Presencia de teoremas factuales, entendidos como aquellos recursos que usa el estudiante para tratar de explicarse él mismo algún concepto matemático, predominio de lo algebraico, problemas para interpretar solo una parte de la gráfica, interpretación del signo de la primera derivada, asociándolo a las coordenadas de los ejes cartesianos y las dificultades para asociar los signos de la primera y segunda derivada en un mismo punto.

En el salón de clases el discurso matemático se compone esencialmente de las notas y de los libros de texto que apoyan las actividades que ahí se desarrollan enseñando a los estudiantes a obtener en forma algorítmica las derivadas de primero, segundo y a lo más tercer orden de una función así como a resolver determinados problemas estándar, sin embargo no es significativo para los estudiantes ya que no asocian las distintas representaciones que tienen las derivadas en una función.

La representación geométrica de la primera derivada en los libros de texto está relacionada con la pendiente de la recta tangente, con el crecimiento de la curva o con la velocidad de una partícula, mientras que la segunda derivada, tiene relación con la concavidad de la gráfica de una función o con la aceleración en el caso del tratamiento cinemático de una partícula; sin embargo en los libros de texto y en el propio discurso matemático escolar, la tercera derivada carece de interpretación geométrica, por lo que en esta investigación nos enfocamos a la primera y segunda derivadas de una función para estudiar cómo es que el alumno transita en las diferentes representaciones de las derivadas de una función.

Las investigaciones realizadas en esta línea demuestran los aspectos que debemos mejorar en los procesos de aprendizaje. Se pueden determinar los momentos en que el alumno aprende y vence los teoremas factuales que están presentes en la enseñanza de las matemáticas considerando algunos elementos que se pusieron de manifiesto[5]:

- *A partir del análisis de la información individual obtenida, los estudiantes presentan problema en la interpretación del signo de la primera derivada asociándolo a las coordenadas de los ejes cartesianos.*

- *El trabajo por equipo reflejó en alguno de ellos la identificación del comportamiento del crecimiento y decrecimiento en las curvas, así como su relación con la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto.*

Una diferencia importante en este proyecto es la adaptación en la instrumentación de la situación didáctica antes mencionada, estas modificaciones son realizadas para que el alumno utilice la noción aprendida en su curso de cálculo diferencial, la cual se ha observado en las investigaciones anteriores, el alumno calcule las derivadas algebraicamente y las evalúe en puntos con características especiales que lo hagan reflexionar, y así pueda identificar en un contexto gráfico los signos de las derivadas, analizando las pendientes y concavidad de la función, y evitar el teorema factual que existe de alternancia de signos en las derivadas sucesivas y logre identificar la función en las distintas representaciones de la derivada.

Se aplicó la situación didáctica a un grupo de estudiantes de la Preparatoria No. 1 de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, con la finalidad de describir los procesos de pensamiento y situaciones cognitivas que están presentes en una situación de aprendizaje[5].

La investigación se ha desarrollado de acuerdo a las dimensiones esenciales que son: Epistemológica, cognitiva y didáctica, siguiendo la metodología de la Ingeniería Didáctica y considerando la Teoría de Situaciones Didácticas.

[5] "Pensamiento y Lenguaje Variacional"(Guzmán J., Mendoza M.R., Martínez J., Ruiz E. 1998)

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

El presente trabajo se apoyó en la metodología de la ingeniería didáctica, en donde el sustento teórico proviene de la teoría de situaciones didácticas.

La teoría de situaciones didácticas introducida por G. Brousseau (1983), se basa en una hipótesis acerca de la construcción del significado de una noción... *una noción aprendida no es utilizable sino en la medida en que ella es relacionada con otras, esas relaciones constituyen su significación, ... empero, no es aprendida si no es utilizable y utilizada efectivamente, es decir, sólo si es una solución de un problema. Tales problemas, junto con las restricciones a las que la noción responde, constituyen la significación de la noción.* De donde se infiere que el significado de una noción no puede darse al alumno; él debe construirlo a partir de un conjunto de problemas en donde tal noción funciona de manera local. En consecuencia el profesor en vez de proporcionarle al estudiante el conocimiento; debe proponerle una situación diseñada de forma tal, que este conocimiento es necesario para la solución óptima. El alumno aprenderá adaptándose a un medio, factor de dificultades y desequilibrios. Si se adapta a la situación y llega a la solución, estará proporcionando evidencia de haberse apropiado del saber en cuestión, es decir, aprendió. Op. Cit. Pp. 169-171.

La teoría de situaciones provee de una explicación e donde la construcción del significado de un concepto pasa por su interacción en un espacio limitado de problemas en donde su puesta en escena es necesaria para la solución óptima.

En la ingeniería didáctica un aspecto importante es la validación de resultados, confrontando entre el análisis a priori de la situación y el análisis a posteriori de la misma situación. La validación solo puede tener lugar si la situación es estrictamente controlada en lo relativo a los contenidos tratados, su puesta en escena, el papel del profesor, la administración del tiempo, etc. En la línea de investigación[6] que se ocupa de estructuras variacionales especificas desde un punto de vista matemático y epistemológico, en segundo término, estudia las funciones cognitivas que los seres humanos desarrollan mediante el uso de conceptos y propiedades matemáticas del cambio, en tercer lugar, tienen en cuenta los problemas y situaciones que se abordan y resuelven en el terreno de lo social, mediante estructuras variacionales consideradas en la escuela, el laboratorio y la vida cotidiana. Como descripción general de esta metodología tenemos 3 fases

1. Análisis preliminar de la situación a abordar involucra tres componentes: la didáctica, epistemológica y cognitiva.
2. La constituye el diseño de la ingeniería, así como la elección de las variables didácticas que van a ponerse en juego, como pueden ser; tratamiento de contenido matemático, estrategias de resolución de problemas.
3. Finalmente la puesta en escena y análisis de resultados.

(Farfán, 1997 pp 14-15)

[6] *Pensamiento y Lenguaje Variacional*

MARCO TEÓRICO

La teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau[7] pretende modelizar y determinar cierta problematización de un "conocimiento matemático enseñado", partiendo de un modelo general del conocimiento matemático. En donde *saber matemáticas no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, sino buscar buenas preguntas de como encontrar soluciones.* Es importante que el alumno participe en forma activa formulando enunciados, pruebe proposiciones, construya modelos, conceptos, lenguajes y teorías. El profesor debe colocar a los estudiantes en situaciones matemáticas que ellos puedan vivir, en los cuales el conocimiento aparece como una solución óptima a los problemas planteados, la condición es que dicho conocimiento sea construido por los estudiantes.

Las Situaciones Didácticas tratan de determinar de manera científica cuál puede ser el mejor método de enseñanza de las matemáticas, siendo el objeto de estudio de la Didáctica de las Matemáticas, donde ha sido necesario desarrollar una metodología para su desarrollo y análisis, puestas a prueba centran su interés en los comportamientos que ya esperábamos y los que surjan, manifestados por los estudiantes dentro de la situación experimental.

[7] Situación Didáctica definida por Brousseau (1982) como:

"Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, en cierto medio y un sistema educativo con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de construcción"

Las Teorías de Situaciones se orientan cada vez más al sistema didáctico que permite la organización y control de los fines de la enseñanza, compuesto por un grupo de estudiantes y un director de estudios en donde finalmente se trabaje en equipos.

El profesor, responsable en buscar o construir situaciones adecuadas para el estudio que forman parte del proceso didáctico en donde se define las reglas de funcionamiento dentro de la situación: distribución de responsabilidades, asignación de plazos a diferentes actividades, permiso o prohibición del uso de determinados recursos, la situación didáctica en general es construida con el propósito explícito de aprenda el alumno.

Algunas características básicas que se deben considerar en el diseño de una Situación Didáctica.

- Debe ser comunicable, pero sin utilizar el conocimiento que se quiere que el alumno adquiera.
- Deben darle al alumno el control sobre la construcción de su conocimiento.
- Deben de considerar los conocimientos previos de los estudiantes.
- Se debe provocar un desequilibrio entre dos estados de aprendizaje que permita que el conocimiento del estudiante evolucione hacia uno nuevo.
- Se deben prever los obstáculos que el estudiante va a tener y la forma en que los van a superar.

- El investigador debe de tener claro cuál es el saber del que el estudiante debe apropiarse.
- Se debe considerar que el diseño de una situación no siempre resulta exitoso.
- Es importante considerar variantes de la misma situación con la finalidad de detectar problemas de aprendizaje no previstos.
- Se debe de considerar una predicción de los posibles efectos de aprendizaje que la situación pueda producir en los estudiantes, esto es el análisis a priori.

Los tipos de situaciones didácticas especificas de un conocimiento, es uno de los avances más importantes en la teoría de situaciones didácticas, que consiste en establecer una correspondencia entre las formas del conocimiento matemático (modelo implíc ito, lenguaje, Teoría), funcionamiento del conocimiento y la interacción del alumno con el medio. La teoría de situación didáctica considera cuatro fases de relaciones posibles:

Situación de Acción

Propone al alumno problemas en condiciones tales que la mejor solución se obtiene mediante el conocimiento a enseñar, en donde la situación devuelve información sobre las consecuencias de su acción, juzgando el resultado y ajustando sin la intervención del profesor, en este tipo de situación se produce un dialogo entre el alumno y la situación.

Situación de Formulación

El alumno intercambia información con una o varias personas que puede consistir en mensajes escritos u orales redactados en un lenguaje matemático de acuerdo a las posibilidades de los integrantes.

Situación de Validación

El alumno debe demostrar porque el modelo que ha creado es válido, y debe de convencer a su oponente probando su exactitud y su pertinencia, proporcionando una validación matemática y una validación sintáctica. El oponente puede rechazar lo que no comprende justificando su desacuerdo o pedir explicaciones suplementarias.

Situación de Institucionalización

Destinadas a establecer convenciones sociales entre el profesor y los estudiantes, en donde se presenta la intervención del profesor en caso de presentarse algún error, es quien lo corrige.

Para el desarrollo de la teoría de Situaciones Didácticas el profesor debe efectuar no la comunicación de un conocimiento, sino la transmisión del problema correcto buscando que el alumno pueda por sí solo, construir el conocimiento mediante la superación de obstáculos que la misma Situación Didáctica contempla, cuando el alumno logra superar el conflicto, es porque en él se ha presentado un nuevo conocimiento.

Obstáculo epistemológico

El obstáculo en la teoría de situaciones es un conocimiento que tiene su propio dominio de validez y que fuera de ese dominio es ineficaz y puede ser fuente de errores y dificultades. Una situación para su diseño se apoya en una primera estrategia haciendo que existan limitaciones para introducir una segunda estrategia más eficaz. El obstáculo es el conocimiento de la primera estrategia que dificulta la aparición de la nueva.

El análisis de una situación didáctica lo constituye la identificación de las variables didácticas en lo teórico como en lo experimental, ya que resultan determinantes para la aparición del conocimiento que la situación didáctica trata. Estas variables se llaman de control porque pueden ser manipuladas por el profesor para hacer que el conocimiento se de lo más rápido posible y al mayor número de estudiantes.

Dentro de la situación experimental que plantea esta investigación en función de las características particulares de la situación Didáctica *"La derivada como una organización de las derivadas sucesivas"* en las que se han producido comportamientos manifestados por los estudiantes, es importante saber si variando algunas de las condiciones de la situación, en donde se provoca un conflicto en el estudiante, el cual debe ser superado por el mismo y con esto construir y apropiarse de un nuevo conocimiento objetivo principal de estas investigaciones.

Capítulo II

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS.

La teoría de situaciones didácticas estudia los procesos de transmisión y adquisición de los saberes centrados en tres componentes fundamentales: El saber, el alumno, el profesor y la relación que se genera entre ellos.

La implantación de la situación didáctica es aplicada en distintas fases, se observó en la etapa de acción la cual propone problemas con condiciones tales, que la mejor solución se obtiene mediante el conocimiento a enseñar, devolviendo información sobre la consecuencia de su acción, analizando el resultado sin la intervención del profesor, no fue muy aceptada por los estudiantes ya que ellos están acostumbrados al contrato vigente escolar en donde el profesor explica los conceptos y él es el único que aporta nuevos temas en la clase, al contestar la instrumentación existió inseguridad en la solución de los problemas que se les plantearon, ya que no asociaron el comportamiento de las derivadas en sus distintas representaciones. En las siguientes fases los alumnos comentaron que estudiaron lo que no pudieron contestar en la etapa inicial.

Durante la situación de formulación, los estudiantes intercambiaron información escrita y oral para dar solución a los problemas, su participación fue más entusiasta y con seguridad discutieron sus diferencias para obtener resultados comunes de acuerdo a sus posibilidades matemáticas en la solución de los problemas antes realizados en forma individual.

El proceso de observación y grabación de audio, en un principio fue incomodo para los estudiantes, no queriendo decir o discutir algo que pudiese estar mal, pero en el transcurso de la actividad se les olvidaba que la sesión estaba siendo grabada y el observador no les incomodó por lo que discutieron con naturalidad para obtener los resultados correctos.

En la situación de validación el alumno debe mostrar que el modelo que ha creado es válido, debiendo convencer a su oponente, al probar la exactitud y pertinencia de su respuesta, en donde el oponente puede pedir justificaciones suplementarias o mostrar su representación matemática, manifestando la exactitud de su modelo, y llegar a un acuerdo grupal, en esta actividad los estudiantes participan estando seguros de los modelos que habían obtenido, esta fase es dirigida por el profesor para la solución de los problemas.

La situación de institucionalización es en donde se establecen los acuerdos entre el profesor y los estudiantes, es donde los últimos están completamente involucrados en los resultados finales.

En la teoría de situaciones didácticas para la formación del conocimiento se lleva a cabo un análisis de las distintas fases de la situación, si existe algún riesgo de que el conocimiento no surja se usan las variables de control que pueden ser manipuladas por el profesor con la finalidad de que el conocimiento se dé a un mayor número de estudiantes.

CAPÍTULO III

ESTADO EDUCATIVO.

El proyecto de investigación se desarrolló con un grupo de estudiantes del nivel medio superior perteneciente a la Preparatoria Número Uno dependiente de la Universidad Autónoma de Hidalgo.

A continuación se describe brevemente las características generales de la institución y de la unidad académica a la que pertenece el grupo participante.

La Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo inicia sus labores el 3 de marzo de 1961, dotada de plena capacidad y personalidad jurídica, a partir de esta fecha la Universidad ha fortalecido su estructura interna satisfaciendo las necesidades sociales que orientaron su creación, cuenta con 4 preparatorias una de ellas es la Escuela preparatoria No. 1 que inicia actividades desde 1966.

En el ámbito estatal y nacional, a la vanguardia de las acciones tendientes a coadyuvar a la formación integral de los miembros de la comunidad universitaria y al desarrollo social , mediante el fomento del interés por el estudio, la apreciación y la difusión de las manifestaciones culturales locales, nacionales y universales; la práctica de la actividad física y deportiva; la vocación por el aprendizaje continuo: y el cumplimiento permanente de un compromiso creativo para participar en el mejoramiento de espacio social hidalguense.

En la Escuela Preparatoria No. 1 se imparte el nivel de bachillerato general, el cual consta de un Núcleo de Materias Básicas cuyo objetivo es formar una base de conocimientos, técnicas y métodos que permitan desarrollar y consolidar las habilidades básicas de estudio. En el área de matemáticas estas materias son:

Materias básicas:

1er Semestre	Álgebra
2d0 Semestre	Trigonometría
3er Semestre	Geometría analítica
4t0 Semestre	Estadística Aplicada.

Materias Optativas:

Cálculo Diferencial Cálculo
Integral.

Así los estudiantes adquieren mayor sensibilidad frente a los cambios que se están operando en nuestro país y los retos más apremiantes implicados en dicho cambio, a fin de que se comprometan a trabajar siempre en forma honesta y responsable.

Desarrollo de la Situación Didáctica

Representación de las Derivadas de una Función Escuela Preparatoria No. 1 de la U. A. E. H.

En la Escuela Preparatoria Número Uno se llevó a cabo el desarrollo de la Situación Didáctica con la que se pretende que el alumno a través del comportamiento de las derivadas pueda identificar a la función y logre transitar en las diferentes "Representaciones de la Derivada de una Función".

Características de los estudiantes.

- Esta actividad se llevó a cabo con estudiantes que finalizaban el curso de Cálculo Diferencial.
- Los estudiantes que participaron fueron invitados por sus catedráticos a participar en esté proyecto de investigación.
- Los estudiantes que cursan Cálculo Diferencial se encuentran inscritos principalmente en cuarto semestre y algunos en quinto y sexto. Esta materia se imparte como materia optativa en la curricula de la escuela.
- Manifestaron un interés especial por el estudio de las matemáticas.

Como esta materia es optativa se les cuestionó a los estudiantes que participaron en la Situación Didáctica, porque eligieron la materia de Cálculo Diferencial, la mayoría respondió que les gustan las matemáticas, algunos dicen que es necesaria para continuar sus estudios en nivel profesional.

Se presenta una relación del grupo de estudiantes, así como algunas características.

Número	**Nombre**	**Semestre**	***Edad***
1	Arely	4^{to}	16
2	Ana Patricia	4^{to}	16
3	Anabel	4^{to}	16
4	Georgina	4^{to}	17
5	Antonio	5^{to}	18
6	Liliana	4^{to}	16
7	María Isabel	4^{to}	16
8	Basilio	4^{to}	16
9	María Luisa	4^{to}	17
10	Osear	4^{to}	16
11	Efraín	4^{to}	16
12	Icela	6^{to}	17
13	Josué	4^{to}	17
14	José Ma. Guillermo	4^{to}	16

La implementación de la Situación Didáctica, se trabajó con el grupo de estudiantes como se describe a continuación.

La primera etapa de la situación de acción se aplicó en forma individual en distintos horarios, de acuerdo a la disponibilidad de tiempo de los estudiantes.

Esta etapa se efectuó del 12 al 19 de mayo del 2001, se realizó en dos sesiones distintas de 1 hora cada una, en la cual se recopilan sus respuestas escritas. En esta etapa los estudiantes manifestaban desconcierto ya que en el curso de cálculo diferencial tradicional no estaban acostumbrados al manejo de las herramientas utilizadas.

Para la segunda etapa se forman tres equipos considerando que en cada uno de ellos se hallara por lo menos un alumno que marcó el criterio de la primera o segunda derivada, basándose en las respuestas de la fase anterior, propiciando así debate entre los integrantes de cada equipo, percibiendo que algunos estudiantes contestaron apoyándose en la pendiente en la primera derivada, oíros de acuerdo a concavidad de la segunda derivada, advirtiendo también que manejaban los conceptos que no pertenecían a los bosquejos que realizaron, quedando los equipos integrados de la siguiente forma.

Equipo	**integrantes**
1	Arely, Antonio, María Isabel, Oscar, Josué
2	Anabel, Liliana, Basilio, ícela
3	Ana Patricia, Georgina, Efraín, José Ma. Guillermo.

De los 14 estudiantes, 13 se presentaron, faltando María Luisa, que no le fue posible asistir por tener practica de laboratorio.

Esta etapa de la situación de formación, se llevó acabo en una sesión de dos horas Iniciando a las 5:00 PM finalizando a la 7:00 PM. En donde se observó el trabajo por equipos, grabaron las discusiones realizadas por cada equipo, así como se recopilan sus conclusiones por escrito. De esta sesión cabe mencionar que salieron convencidos de que ahora sí lo que contestaron fue lo correcto, manifestándolo a su profesor.

Institucionalización del conocimiento.

En la tercera etapa de la situación en donde se realiza la discusión grupal de validación, para saber si las respuestas a las que habían llegado eran correctas se lleva a cabo en una sesión de tres horas iniciando a las 12:00 hrs., Finalizando a las 3:00 PM., día en que terminaron los cursos en la Escuela Preparatoria No. 1

Esta sesión fue grabada y se recopilaron sus respuestas escritas. Fue conducida por:

Situación I	Ing. María Raquel Mendoza Gómez
Situación II	ing. Ejes Ruiz López.

De acuerdo a los resultados por equipos se observa que en la situación 11.1 no identifican el crecimiento o decrecimiento de la función, dan su respuesta comparando únicamente el valor numérico de ellas en dichos puntos, así como también se observó que no manejaban intervalos ni la representación de funciones por lo que fue necesario la institucionalización, se introduce esta variable de control para así continuar con la situación. El desarrollo de esta sección se encuentra en el Anexo II.

PREDICCIÓN DE LA SITUACIÓN I.

De acuerdo a resultados obtenidos en investigaciones anteriores sobre estos temas, en esta sección se muestran las posibles respuestas que se esperan de los estudiantes, y sean capaces de transitar en los diferentes contextos del cálculo.

Problema: 1.1

Dada una función calcular y comparar los signos de la primera y segunda derivada en puntos dados.

En este problema se quiere que el alumno calcule las derivadas sucesivas, algebraicamente y las evalúe en puntos con características especiales que haga reflexionar al alumno, y así contradecir el teorema factual que existe de alternancia de signos en las derivadas sucesivas.

Problema 1.2

Dada la gráfica de una función, identificar los signos de la primera y segunda derivada en dos puntos dados.

En este problema se espera que los estudiantes puedan identificar los signos de las derivadas sucesivas. En un contexto gráfico, analizando las pendientes y concavidad de la función, y con esta gráfica sé conceptual ice mejor el problema anterior.

Problema 1.3

De un grupo de gráficas se pide elegir la o las que cumplan de acuerdo a un punto de cada función la primera derivada sea menor que cero.

De acuerdo a los ejercicios anteriores se quiere que el alumno asocie la pendiente de la recta tangente en ese punto, y así contradecir el teorema factual que existe con la asociación de los cuadrantes y el signo de la primer derivada.

Problema 1.4

Se pide confirmar o negar, el comportamiento de la primera y segunda derivada en un punto.

En esta parte el alumno debe tener un grado mayor de abstracción para que pueda contestar cada una de las preguntas, y estar consiente de que representa cada una de las derivadas.

Problema 1.5

Dada la gráfica de una función y ciertos valores de la segunda derivada sea mayor que cero en un intervalo.

Con este problema espero que quede más claro el comportamiento de la segunda derivada, no importando los puntos de los ejes de coordenadas sino la forma de la función.

Problema 1.6

Dibujar la parte de una gráfica en un intervalo donde la segunda derivada sea mayor que cero en un intervalo.

Para contestar se necesita un nivel de abstracción mayor en donde el alumno debe asociar la figura geométrica del problema anterior pero ahora con signo contrario al problema anterior.

Problema 1.7

Dado un grupo de gráficas elegir la o las que cumplan con la siguiente condición: que la segunda derivada sea mayor que cero.

Este problema tiene por objeto que los estudiantes reafirmen en la figura geométrica de la segunda derivada, y así contradecir el teorema factual que existe con la asociación de los cuadrantes y el signo de la segunda derivada.

Problema 1.8

Dadas cuatro gráficas identificar el signo de la primera y segunda derivada en un punto dado.

Estos problemas están diseñados para que el alumno identifique la figura geométrica de las derivadas sucesivas alrededor de un punto, desarrollando lenguaje y pensamiento variacional.

Problema 1.9

Confirmar o negar " Siempre que la primera derivada es mayor que cero, entonces la segunda derivada también es mayor que cero ".

Para contestar esta pregunta el alumno requiere de la abstracción y eliminar un el teorema factual que nos indica que las derivadas sucesivas tienen el mismo signo.

RESULTADOS INDIVIDUALES DE LA SITUACIÓN I.

Se presentan los resultados que se obtuvieron en la etapa de acción, que se aplicó a los estudiantes de la Escuela Preparatoria Número Uno de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, en donde se realizar el análisis de la situación Didáctica I "Representaciones de la derivada de una función".

En la Ingeniería Didáctica se considera el análisis a posteriori.

RESULTADOS INDIVIDUALES DE LA SITUACIÓN I.

Situación I **Problema I.1**	A continuación se da la función $f(x)=x^3-x-5$ Realiza lo que pide en cada inciso.
a) Calcula $f'(x)$	Contesta las siguientes preguntas:
b) Calcula $f''(x)$	e) ¿Tienen el mismo signo $f'(-1)$ y $f''(-1)$?
c) Evalúa $f'(-1)$ y $f'(1)$	f) ¿Tienen el mismo signo $f'(1)$ y $f''(1)$?
d) Evalúa $f''(-1)$ y $f''(1)$	

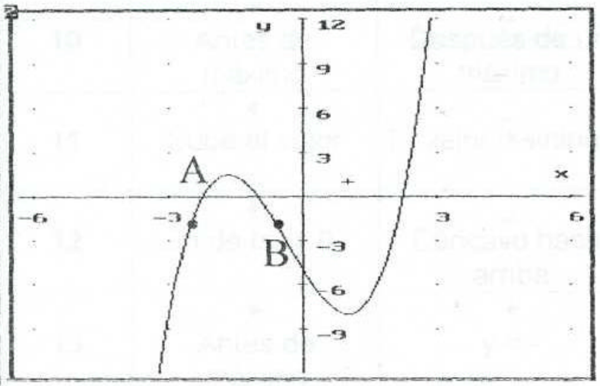
♦ Correcto.

ALUMNO	a		b		C		d		e		f	
1	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
2	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
3	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
4	♦		♦		♦			x		x		x
5	♦		♦		♦		♦			x		x
6	♦		♦		♦		♦			x		x
7	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
8	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
9		x		x		x		x	♦		♦	
10	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
11	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
12	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
13	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
14	♦		♦		♦		♦		♦		♦	

De acuerdo a los resultados obtenidos, en este problema los estudiantes responde acertadamente, observándose que en él calculo de las derivadas sucesivas por el método algebraico la mayoría contesta acertadamente (♦) a este tipo de ejercicios.

Situación I
PROBLEMA I.2

A continuación se presenta la gráfica de una cierta función y en ella se marcan dos puntos. Contesta las preguntas ubicadas a la derecha de la gráfica.
Nota: *Es importante que expliques tu respuesta.*

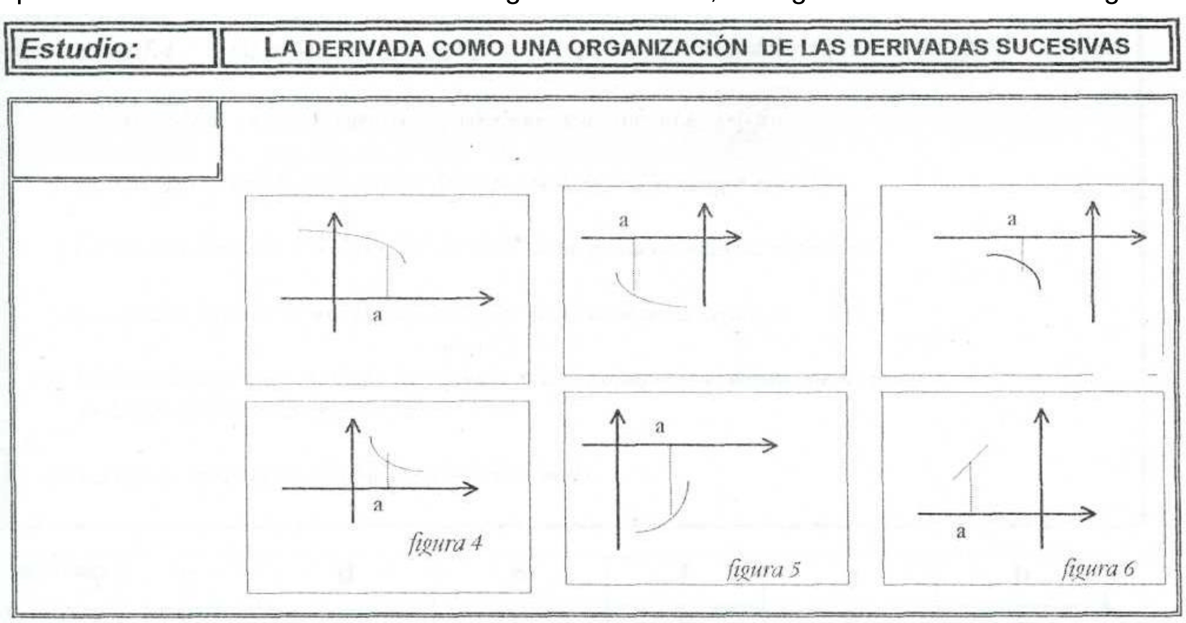


1. *¿Cuál es el signo de la primera derivada en el punto A?*
2. *¿Cuál es el signo de la primera derivada en el punto B?*
3. *¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto A?*
4. *¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto B?*

ALUMNO	*A SIGNO F '(X)*	B *SIGNO F '(X)*	*A SIGNO F "(X)*	*B SIGNO F "(X)*
1	**+** *tan > 0*	*Indeterminado Tan 90°*	**+** *tan > 0*	*Indeterminado* *Tan 90°*
2	**+**	**—**	**—**	**—**
3	**+** *Antes de máximo*	*Después de un máximo*	*0* *Punto de inflexión*	*0* *Punto de inflexión*
4				
5	*$\angle 3^{er}$. cuadrante*	*=0* *Ángulo* = 90°	+	
6	**+**	**+**	**+**	**—**
7	**—**	**—**	**+**	**+**
8 9				
	+	**+**	**+**	**+**

ALUMNO	A SIGNO F "(X)	B SSGNO F '(X)	A SIGNO F "(X)	B SSGNO F "(X)
10	+ Antes de máximo	Después de un máximo	Cóncava hacia abajo	+ Cóncava hacia arriba
11	+ Sube el valor	El valor disminuye	Cóncava hacia abajo	+ Cóncava hacia arriba
12	+ m de tan> 0	Cóncavo hacia arriba	No **se puede** **No** tiene la función	**No se puede** No tiene la función
13	+ Antes de máximo	+ y = -	+ Antes de máximo	Antes de un punto mínimo
14	cóncavo abajo	+ Cóncava hacia arriba	+	

Se puede observar en esta tabla que algunas respuestas son acertadas pero al dar escribir el criterio, este es erróneo, existe confusión entre la primera derivada y la segunda, la segunda derivada la toman usando criterios de la primera deriva y para la primera derivada usan criterios de segunda derivada, en algunos casos contestan igual.



ALUMNO	FIGURAS	CRITERIO
1	**1,2,3,4**	son negativas fig.5 tan. > 0 fig. 6 valor indeterminado.
2	**3**	si "x" aumenta "y" disminuye
3	**2,3,5**	*f'* (a) es el valor de la coordenada en "y[11]
4	**3**	porque donde está "a" es menor que cero.
5	**2,3,5**	por que sus puntos son negativos f(a) < 0 en el eje " y"
6	**2,3,6**	"a" en "x" es negativo
7	**2**	Los puntos son negativos
8	**2,3,5**	y < 0
9	**2,3,5**	menor que 0 en "y"
10	**2,3,5,6**	negativo en "x" o negativo en "y"
11	**2,3,5**	por los cuadrantes y negativo
12	**4**	ángulo menor que cero, traza las pendientes en "a"
13	**2,3,5**	"y" negativo
14	**5,6,2,3**	por los cuadrantes 2 y 4 por signos diferentes = negativo.

La mayoría responde de acuerdo a los cuadrantes y al valor de y< 0

Situación I *Problema 1.4*	*Confirma o niega las siguientes afirmaciones:* *IIlis importante que expliques tus respuestas; para ayudarte, en cada i naso realiza bosquejos*

c) Laí derivada de una derla función después de un mínimo local es negativa.

d) La derivada de una función después de un punto de inflexión siempre es positiva.

e) La segunda derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva.

f) La segunda derivada de una función alrededor de un máximo es negativa.

g) El signo de la primera derivada en el punto x = a , siempre es el mismo que el signo de la segunda derivada en dicho punto.

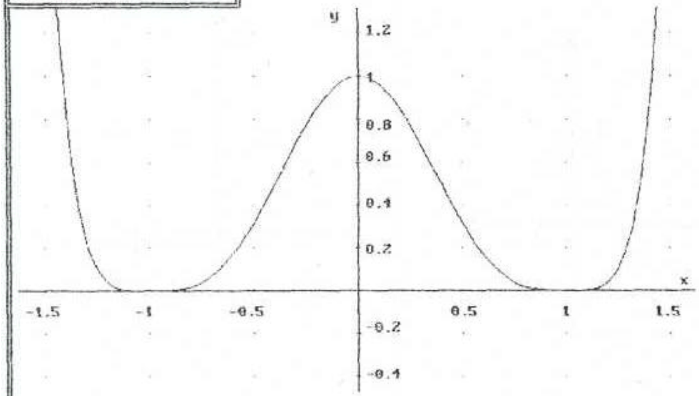
h) La tercera derivada de toda fundón siempre se anula.

ALUMNO	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**
1	F	F	F	F	V	F
2	F	F	F	V	V	
3	F	V	F	V	F	No se
4		F	F	V		F
5	V	F	F	F		
6	F	V	F	F	V	F
7	F			V	V	F
8	F	V	V	F	V	F
9		F				
10	F	F	F			No se
11	F	F	F	V		No se
12	V	F	F	V	V	No se
13	F	F	F	V	V	
14	F				F	

Contestan de acuerdo a los criterios de la primera y segunda derivada, realizando bosquejos, en la tercera derivada la mayoría desconoce lo que se debe contestar.

Situación I
Problema I.5

A continuación se muestra la gráfica de una función.



Los siguientes puntos $\left(-\frac{1}{3},0.62\right)$, $\left(-\frac{1}{4},0,77\right)$, $(0,1)$, $\left(\frac{1}{5},0.85\right)$, *y* $\left(\frac{1}{3},0.62\right)$ *están sobre ella.*

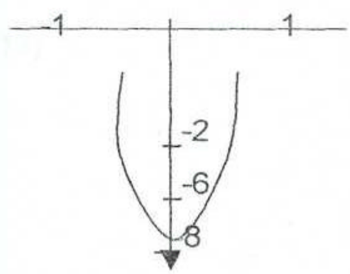
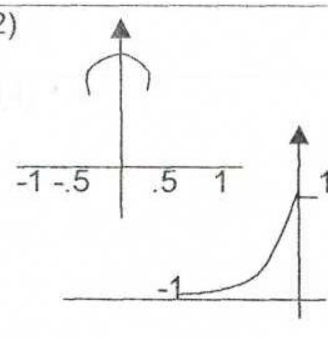
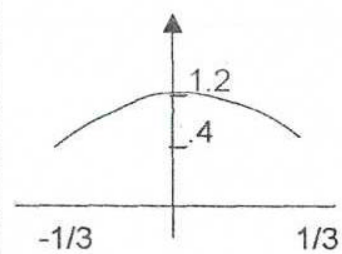
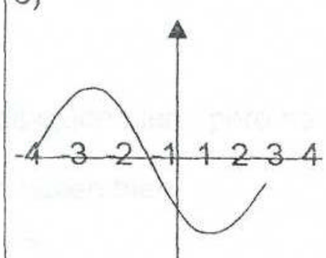
a) Márcalos.

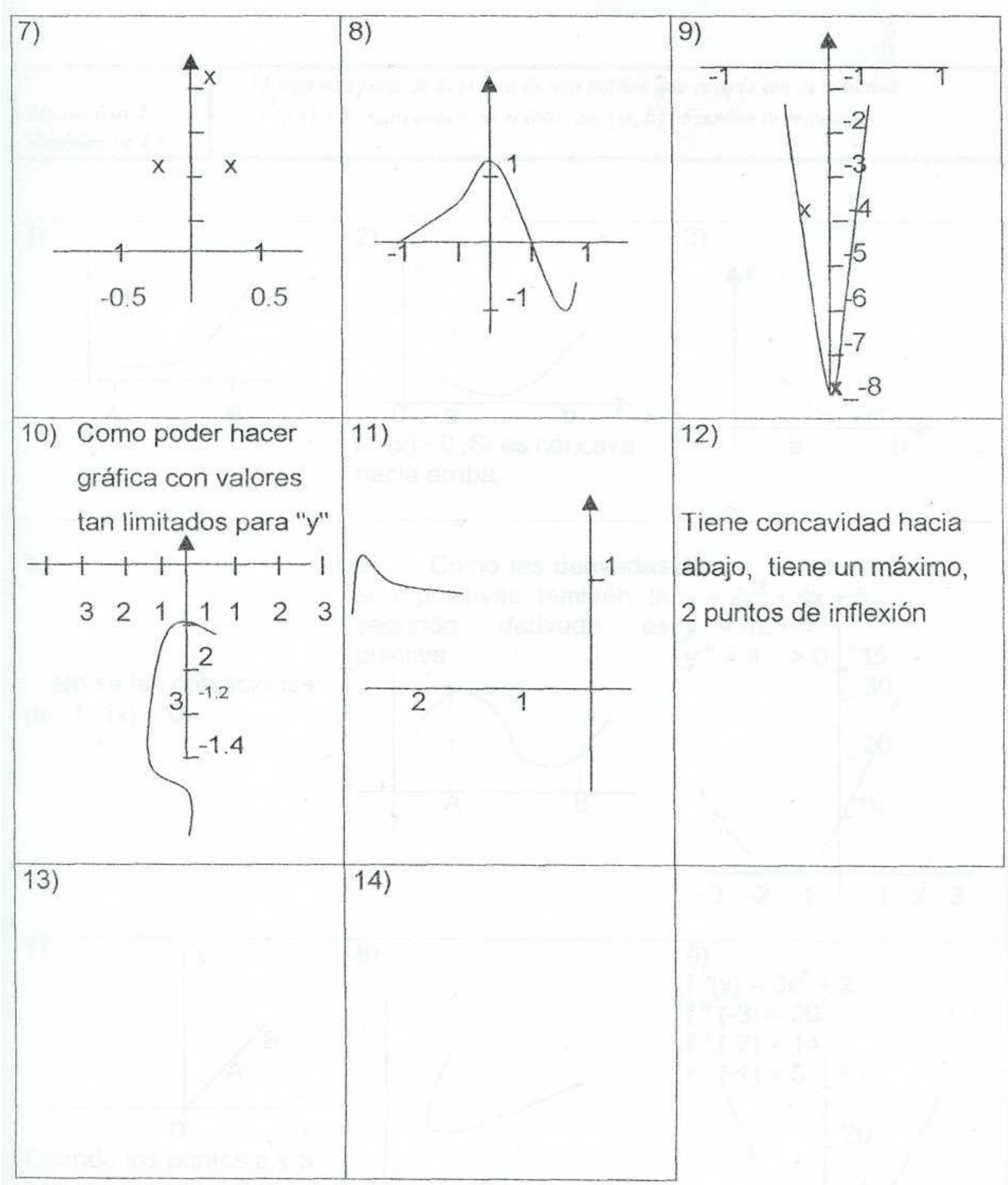
b) Resulta que al evaluar la segunda derivada en $x=-\frac{1}{3}$, $x=-\frac{1}{4}$, $x=0$, $x=\frac{1}{5}$ *y* $x=\frac{1}{3}$ *se obtiene:*

$f''\left(-\frac{1}{3}\right)=-1.40$ $\quad f''\left(-\frac{1}{4}\right)=-3.95$ $\quad f''(0)=-8$ $\quad f''\left(\frac{1}{5}\right)=-5.30$

y $f''\left(\frac{1}{3}\right)=-1.40$

Haciendo un bosquejo analiza la forma que tiene la gráfica de la función desde $x=-\frac{1}{3}$ *hasta* $x=\frac{1}{3}$ *y desde* $y=0.4$ *hasta* $y=1.2$

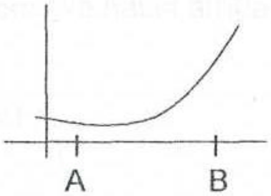
1)  	2)  	3) 
4)	5) Para x = -1/3 x = 1/3 Cóncava hacia abajo Tiene forma recta para: Y = .04 y = 1.2 también es reta.	6) 



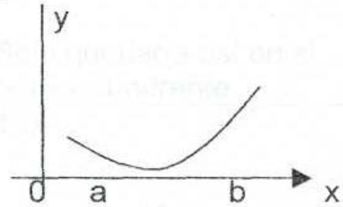
Localizaron los puntos que se indican en la gráfica ya dibujada bien, pero no pueden pasar esa misma forma de la gráfica solo 2 lo hacen bien.

Situación I ***Problema I.6***	*Dibuja una parte de la gráfica de una función que cumpla con la condición* $f''(x) > 0$ *para toda x en el intervalo* (a, b). *Explica tu respuesta.*

1)

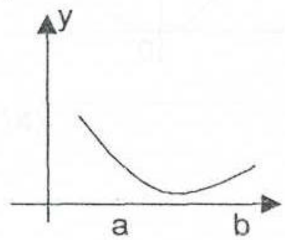


2)



f " (x)> 0 Si es cóncava hacia arriba.

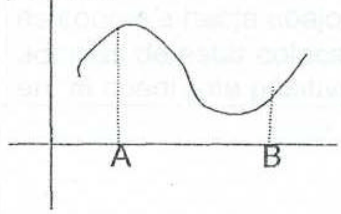
3)



4)

No se las condiciones de f " (x) > 0

5) Como las derivadas son positivas también la segunda derivada es positiva.

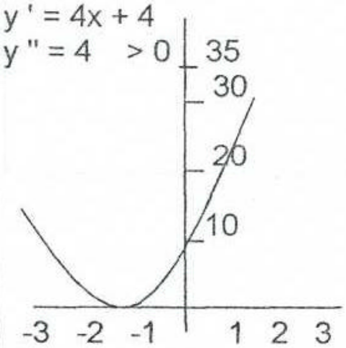


6)

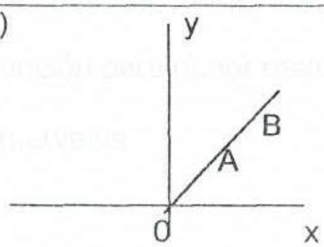
$y = 2x^2 + 4x + 5$

$y' = 4x + 4$

$y'' = 4 \quad > 0$

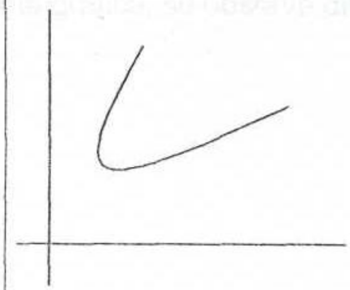


7)



Cuando los puntos a y b son mayores que 0 la función es positiva.

8)



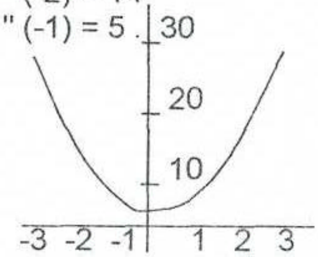
9)

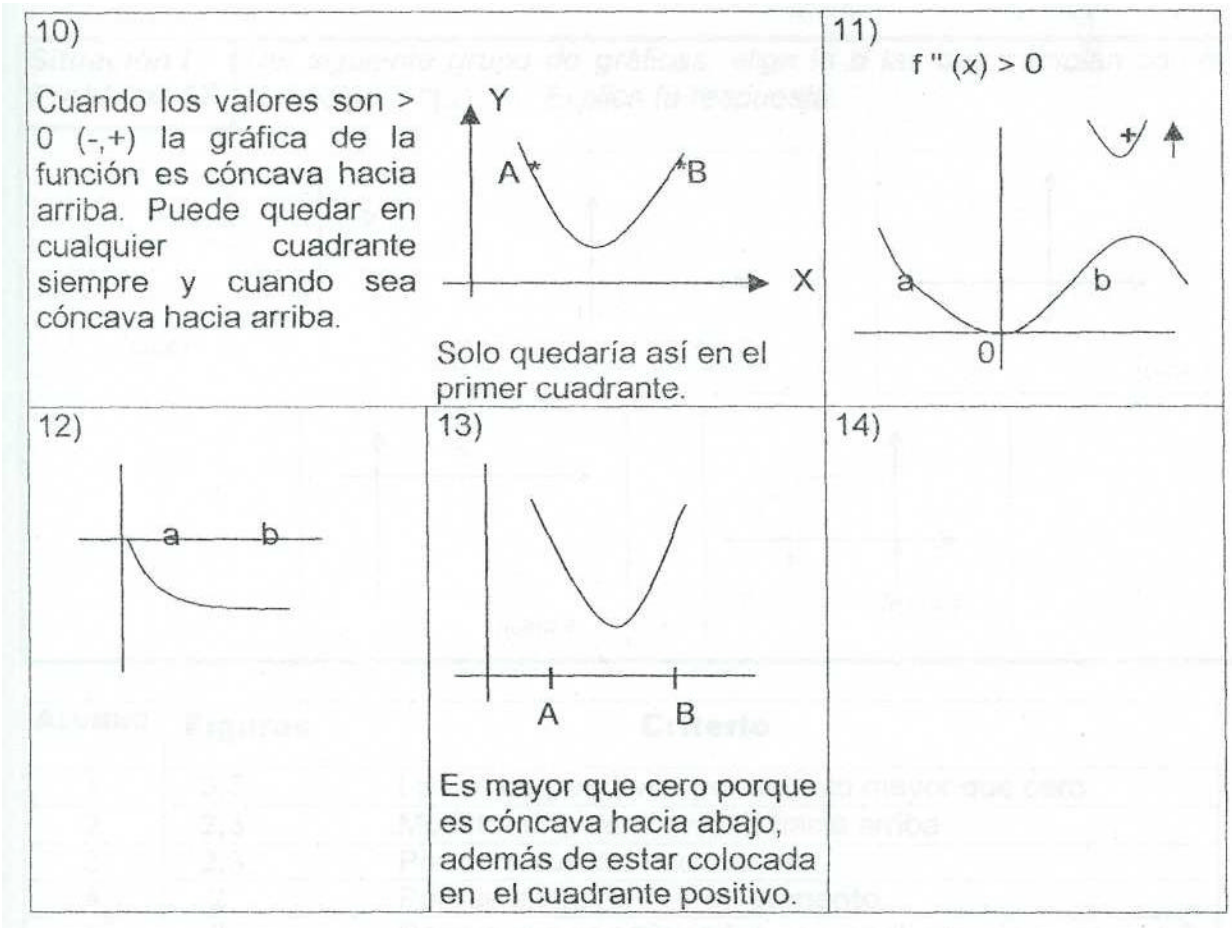
$f''(x) = 3x^2 + 2$

$f''(-3) = 29$

$f''(-2) = 14$

$f''(-1) = 5$.

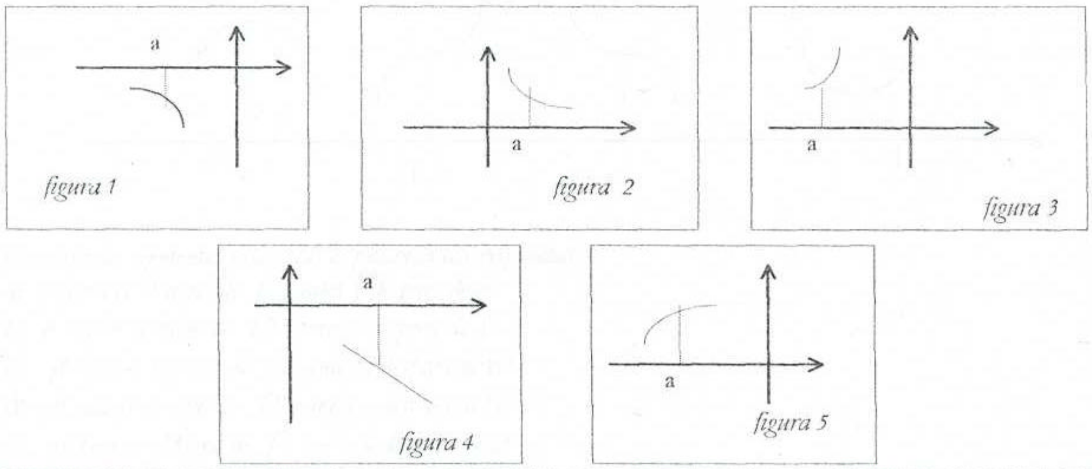




10) Cuando los valores son > 0 (-,+) la gráfica de la función es cóncava hacia arriba. Puede quedar en cualquier cuadrante siempre y cuando sea cóncava hacia arriba.	Y A B X Solo quedaría así en el primer cuadrante.	11) f '' (x) > 0 + a b 0
12) a b	13) A B Es mayor que cero porque es cóncava hacia abajo, además de estar colocada en el cuadrante positivo.	14)

La mayoría traza una curva cóncava hacía arriba, algunos necesitan de una función para poder realizar la gráfica, se observa dificultad en la representación de intervalos.

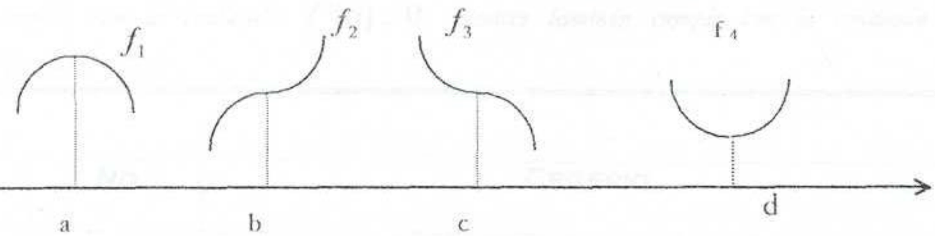
Situación I Problema I.7	Del siguiente grupo de gráficas, elige la o las que cumplan con la condición $f''(a) > 0$. Explica tu respuesta.



ALUMNO	Figuras	Criterio
1	3,5	La **tan es positiva**, por lo tanto mayor que cero.
2	**2,3**	Muestra una **concavidad** hacia arriba
3	**2,3**	Por **concavidad** hacia arriba
4	2	Porque siempre va ir en **aumento**.
5	2	Porque sus **coordenadas** son positivas, mayores que 0.
6	**2,3**	
7	2	f" (a) > 0 **Cuadrante** donde "x" y "y[11] son positivos.
8	2	Porque está en el **primer cuadrante**
9	2,3,5	Por ser **mayor que cero en "y"**
10	**2,3**	Por **concavidad** hacia arriba, la figura 3 esta en el segundo cuadrante, pero puede estar entre números negativos y ser cóncava hacia arriba.
11	2,3	Por **concavidad** hacia arriba
12	5	Su ángulo es mayor que cero
13	2,3,5	Por ser **cuadrante positivo "y"**
14	1,2	Por que se encuentra en los **cuadrantes 1,3** (+)(+)=+ (-)(-)=+

Eligen acertadamente algunos estudiantes las figuras e indican el criterio de concavidad, los demás contestan de acuerdo al cuadrante en el que se encuentra ubicada la gráfica o de acuerdo al valor positivo de "y".

Situación I **Problema I.8**	*A continuación se presentan varias gráficas.* **Nota:** *Es importante que no asocies ninguna fórmula a las formas dadas.*



Contesta las siguientes preguntas explicando tus respuestas.

a) *¿Cómo es el signo de* f_1' *antes y después de* a?

b) *¿Cuál es el signo de* f_1'' *antes y después de* a?

c) *¿Cómo es el signo de* f_2' *antes y después de* b?

d) *¿Cuál es el signo de* f_2'' *antes y después de* b?

e) *¿Cómo es el signo de* f_3' *antes y después de* c?

f) *¿Cuál es el signo de* f_3'' *antes y después de* c?

g) *¿Cómo es el signo de* f_4' *antes y después de d?*

h) *¿Cuál es el signo de* f_4'' *antes y después de d?*

ALUMNO	**a**	**B**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**
1	+,-	No sé	+,+	No sé	-,-	No sé	-,+	No sé
2	+,-	-,-	+,+	-,+	-,-	+,-	-,+	+,+
3	-,+	-,-	+,+	-,+	-,-	+,-	-,+	-,-
4	+							
5	+,-	+,-	+,-		-,-		+,+	
6	-,+	+,+	-,+	+,+	+,+	-,-	+,+	-,-
7	-,+		-,+	+,-	+,-		+,-	
8	+	+					-	-
9	-		-,+		+,-			+
10	+,-	-,-	+,+	-,+		-,-	-,+	+,+
11	+	-	-,+	-,+	+,-	+,-	-	+
12	+,-	-,-	+,+	+,-	-,+	-,+	+,+	-,-
13	-	-	-,+	-,+	+,-	+,-	-,+	+
14								

Situación I	*Confirma o niega la siguiente afirmación:*
Problema I.9	

Si una función cumple con la condición $f'(a) > 0$ entonces también cumple con la condición $f''(a) > 0$. Explica tu respuesta.

ALUMNO	*Si*	*No*	CRITERIO
1	•		*Es la misma gráfica el mismo punto es positivo*
2	•		*En un mismo valor positivo es positiva*
3	•		*Si la primer derivada es positiva la segunda también*
4			*No se cuales son las condiciones de f' (a) >0 ni f" (a)>0*
5		•	*La segunda derivada puede estar en otro punto de la gráfica*
6	•		*El signo no cambia*
7		•	*Si f' está en el primer cuadrante y f" esta en el segundo cuadrante una es positiva y la otra negativa*
8	•		*No cambia el signo de la segunda derivada*
9		•	*Según sea la función dada.*
10		•	*Depende de los signos con que se trabaje*
11		•	*F ' (a) > 0 es un máximo, y la f "(a) tendría que ser cóncava hacia abajo.*
12		•	*Como en el ejemplo 1.1 no siempre se cumple*
13	•		*Si porque el valor de "a" es positivo*
14			

De acuerdo a las respuestas de los estudiantes se puede pensar que es correcta pero el criterio que toman es de los cuadrantes o de los signos que puede tomar el punto que se esta evaluando.

RESULTADOS POR EQUIPO DE LA SITUACIÓN 1.

Se presentan los resultados obtenidos en la solución de los problemas de la situación I. Formando dos equipos de 4 integrantes y un equipo de 5 estudiantes, tres equipos en total, la integración de estos equipos es de acuerdo a un análisis de la etapa de acción, incluyendo estudiantes que manejan los conceptos de pendiente para la primera derivada y concavidad para la segunda derivada.

Se presentan las respuestas y los argumentos que utilizan para confirmar sus afirmaciones, *esta etapa es grabada por audio en donde se encuentra la mayor* parte de argumentación.

INTEGRANTES DE EQUIPOS:

	Participantes.
Equipo 1:	1, 5, 7, 10, 13
Equipo2:	3, 6, 8, 12
Equipo 3:	2, 4, 11, 14

RESULTADOS POR EQUIPO DE LA SITUACIÓN I.

Situación I **Problema I.1**	*A continuación se da la función* $f(x)=x^3-x-5$ *Realiza lo que se pide en cada inciso.*

a) Calcula $f'(x)$

b) Calcula $f''(x)$

c) Evalúa $f'(-1)$ *y* $f'(1)$

d) Evalúa $f''(-1)$ *y* $f''(1)$

Contesta las siguientes preguntas:

e) ¿Tienen el mismo signo $f'(-1)$ *y* $f''(-1)$*?*

f) ¿Tienen el mismo signo $f'(1)$ *y* $f''(1)$*?*

♦Correcto.

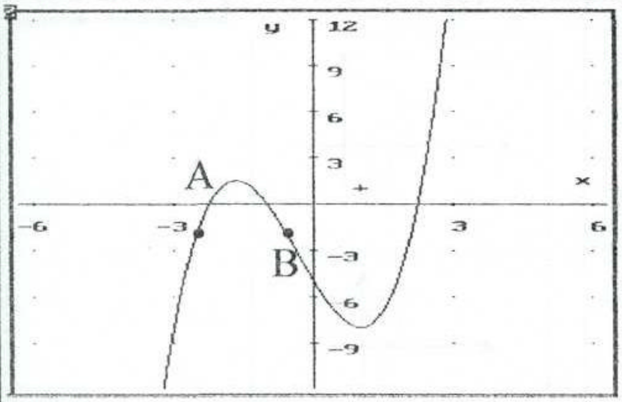
EQUIPO	a		b		c		d		e		f	
1	♦		♦		¨		♦		♦		♦	
2	♦		♦		♦		¨					
3	♦		♦		♦		♦		♦		♦	

Los resultados obtenidos en este problema se realizan correctamente, los cálculos de la primera y segunda derivada son evaluados correctamente en los puntos que pide por los equipos 1 y 3 observando que no existe gran dificultad en él cálculo de las derivadas sucesivas por el método algebraico, la mayoría contesta acertadamente a este tipo de ejercicios.

Situación I
PROBLEMA I.2

A continuación se presenta la gráfica de una cierta función y en ella se marcan dos puntos. Contesta las preguntas ubicadas a la derecha de la gráfica.

Nota: *Es importante que expliques tu respuesta.*

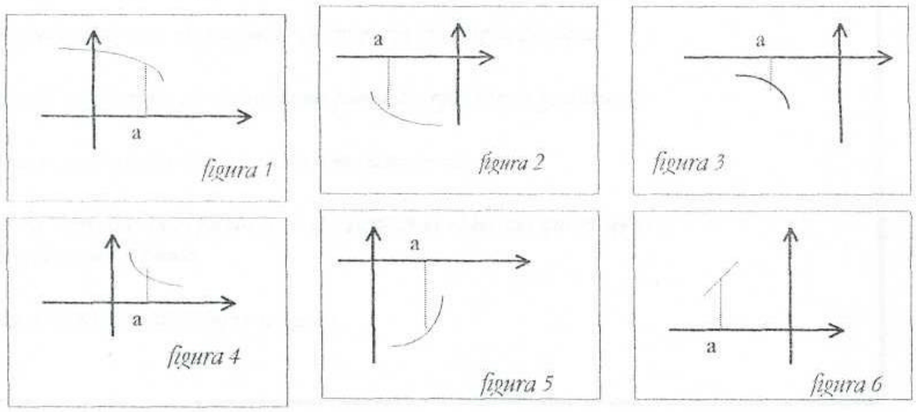


5. *¿Cuál es el signo de la primera derivada en el punto A?*
6. *¿Cuál es el signo de la primera derivada en el punto B?*
7. *¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto A?*
8. *¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto B?*

EQUIPO	A SIGNO ^'(X)	B SIGNO F'(X)	A SIGNO F"(X)	B SIGNO F"(X)
1	+ tan < 0	mayor de 90°	concavidad hacia abajo	Si es punto de inflexión = 0 Si no es positivo.
2	+	-	-	+
3	+ tan < 0	- tan > 90°	- concavidad hacia abajo	+ cóncavo hacia arriba

Se observa que todos los equipos contestan adecuadamente, usando criterios de pendiente para la primera derivada y concavidad para la segunda derivada, en la pregunta 4 existe la duda si el punto es de inflexión o esta en la parte de concavidad hacia arriba.

Estudio:	**LA DERIVADA COMO UNA ORGANIZACIÓN DE LAS DERIVADAS SUCESIVAS**
Situación I Problema I.3	*Del siguiente grupo de gráficas, elige la o las que cumplan con la condición $f'(a) < 0$. Explica tu respuesta.*



EQUIPO	***FIGURAS***	***CRITERIO***
1	***1,2,3,4***	*tan > 90° por lo tanto menor que cero.*
2	*2, 3, 5*	*y < 0*
3	*5*	*f' (a) es y en el eje cartesiano y "a" es positiva es la Única que cumple la condición indicada.*

Sigue presente la respuesta de acuerdo al valor de y< 0

Situación I *Problema I.4*	*Confirma o niega las siguientes afirmaciones:* *Es importante que expliques tus respuestas; para ayudarte, en cada inciso realiza bosquejos*

c) La derivada de una cierta función después de un mínimo local es negativa.

d) La derivada de una función después de un punto de inflexión siempre es positiva.

e) La segunda derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva.

f) La segunda derivada de una función alrededor de un máximo es negativa.

g) El signo de la primera derivada en el punto $x = a$ *, siempre es el mismo que el signo de la segunda derivada en dicho punto.*

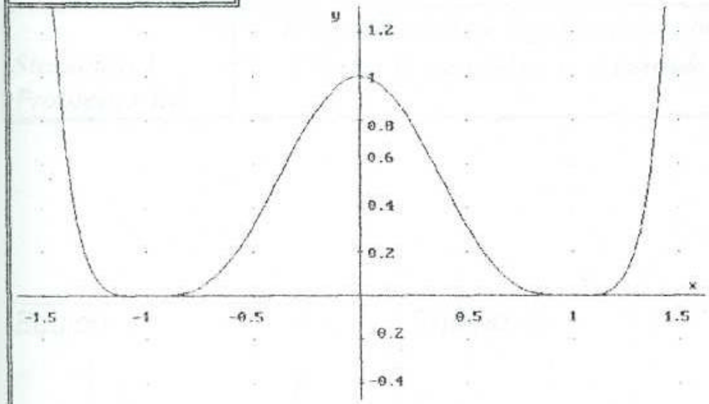
h) La tercera derivada de toda función siempre se anula.

EQUIPO	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**
1	F	F	F	V	F	F
2	V	F	F	V	F	F
3	F	F	F	F	V	F

Sus respuestas son contestadas de acuerdo a los criterios de la primera y segunda derivada, el equipo No. 1 realiza bosquejos en cada inciso.

Situación I
Problema I.5

A continuación se muestra la gráfica de una función.



Los siguientes puntos $\left(-\frac{1}{3},0.62\right)$, $\left(-\frac{1}{4},0{,}77\right)$, $(0,1)$, $\left(\frac{1}{5},0.85\right)$, *y* $\left(\frac{1}{3},0.62\right)$ *están sobre ella.*

a) Márcalos.

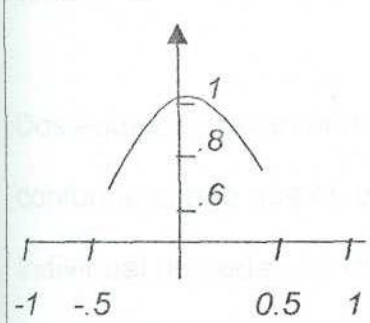
b) Resulta que al evaluar la segunda derivada en $x=-\frac{1}{3}$, $x=-\frac{1}{4}$, $x=0$, $x=\frac{1}{5}$ *y* $x=\frac{1}{3}$ *se obtiene:*

$$f''\left(-\frac{1}{3}\right)=-1.40 \qquad f''\left(-\frac{1}{4}\right)=-3.95 \qquad f''(0)=-8 \qquad f''\left(\frac{1}{5}\right)=-5.30$$

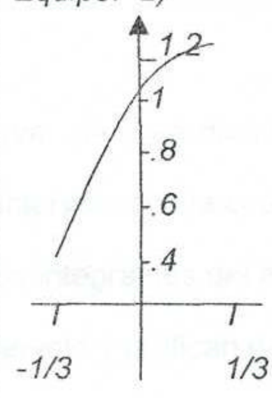
y $f''\left(\frac{1}{3}\right)=-1.40$

Haciendo un bosquejo analiza la forma que tiene la gráfica de la función desde $x=-\frac{1}{3}$ *hasta* $x=\frac{1}{3}$ *y desde* $y=0.4$ *hasta* $y=1.2$

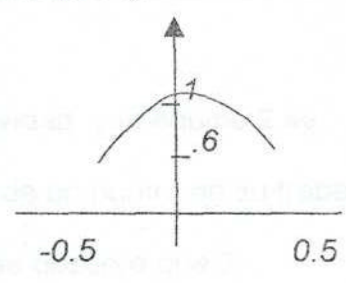
Equipo: 1)



Equipo: 2)

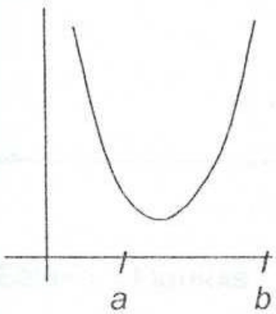
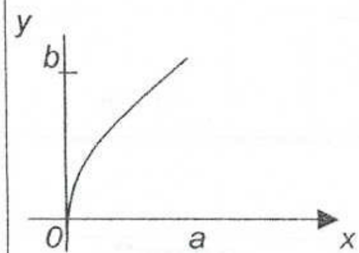
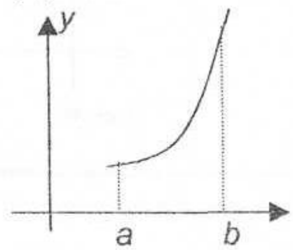


Equipo: 3)



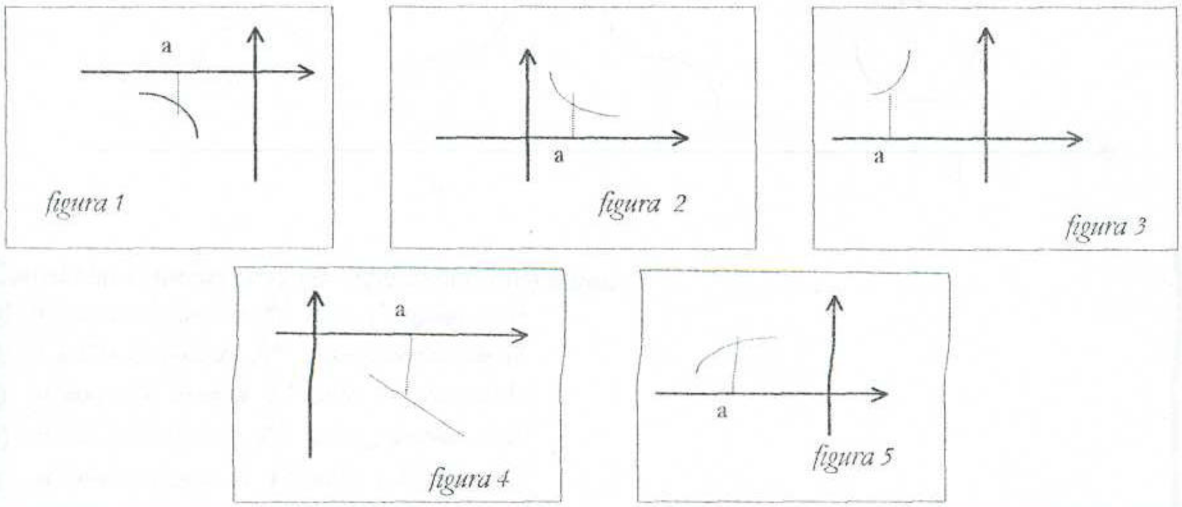
Localizan los puntos que se indican bien en la gráfica ya dibujada, y dos equipos pueden realizar el bosquejo correcto.

Situación I **Problema I.6**	*Dibuja una parte de la gráfica de una función que cumpla con la condición* $f''(x) > 0$ *para toda x en el intervalo* (a, b). *Explica tu respuesta.*

<table>
<tr><td>Equipo: 1</td><td>Equipo: 2</td><td>Equipo: 3</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Por que la derivada f " (x) es mayor que cero, o sea cóncava hacia arriba</td>
<td>Porque debe haber 1 punto de inflexión y debe estar fuera del intervalo.</td>
<td>Para que f " (x) >0 tenga un valor positivo y como la segunda derivada tiene que ver con la concavidad y para ser > 0 tiene que ser positiva (cóncava hacia)▲</td>
</tr>
</table>

Dos equipos trazan una curva de acuerdo a su concavidad, y el equipo 2 se confunde con lo que es un intervalo con la coordenada de un punto, en su trabajo individual de cada uno de los integrantes del equipo 2 se observó que 2 estudiantes si marcan el intervalo y grafican de acuerdo al criterio de f'' (x) > 0.

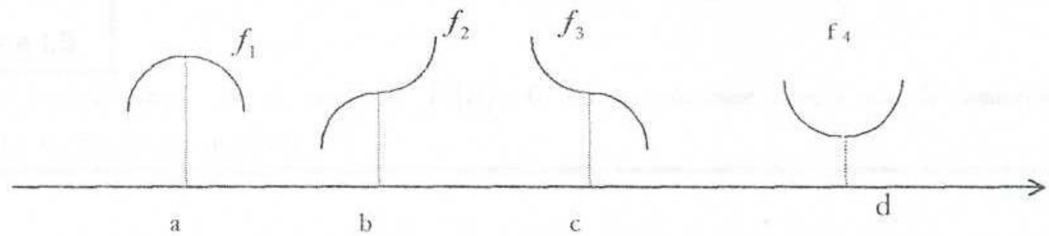
Situación I Problema I.7	Del siguiente grupo de gráficas, elige la o las que cumplan con la condición $f''(a) > 0$. Explica tu respuesta.



EQUIPO	FIGURAS	CRITERIO
1	**2,3**	**Por** ser **cóncava** hacia arriba por lo tanto positiva y mayor que cero.
2	2,3	Por **concavidad** hacia arriba lo que indica que su $f''(a)>0$
3	2	Porque tiene un valor positivo y concavidad hacia arriba.

El equipo 1 y 2 eligen acertadamente las figuras e indican el criterio de concavidad, el equipo 3 toma en cuenta los cuadrantes.

Situación I Problema I.8	*A continuación se presentan varias gráficas.* **Nota:** *Es importante que no asocies ninguna fórmula a las formas dadas.*



Contesta las siguientes preguntas explicando tus respuestas.

a) *¿Cómo es el signo de f_1' antes y después de* a?

b) *¿Cuál es el signo de f_1'' antes y después de* a?

g) *¿Cómo es el signo de f_2' antes y después de* b?

h) *¿Cuál es el signo de f_2'' antes y después de* b?

i) *¿Cómo es el signo de f_3' antes y después de* c?

j) *¿Cuál es el signo de f_3'' antes y después de* c?

k) *¿Cómo es el signo de f_4' antes y después de d?*

h) *¿Cuál es el signo de f_4'' antes y después de d?*

EQUIPO	a	b	c	d	e	f	g	h
1	+,-	-,-	+,+	-,+	-,-	+,-	-,+	+,+
2	+,-	-,-	+,+	-,+	-,-	+,-	-,+	-,-
3	+,-	-,-	+,+	-,+	-,-	+,-	-,+	+,+

Los equipos contestan acertadamente en cada uno de los incisos, el equipo 2 se equivoca en la segunda derivada cuando es positiva.

Situación I **Problema I.9**	*Confirma o niega la siguiente afirmación:*

Si una función cumple con la condición $f'(a) > 0$ *entonces también cumple con la condición* $f''(a) > 0$. *Explica tu respuesta.*

ALUMNO	SI	NO	CRITERIO
1		•	Depende de la función y su valor
2		•	No porque depende de los exponenciales que se tengan.
3	•		Por lo visto en el problema No. 1

RESULTADOS ACUERDO GRUPAL DE LA SITUACIÓN I.

Se presentan los resultados de acuerdo grupal, cada equipo escribió cual fue el acuerdo grupal obtenido en la solución de los problemas de la situación I.

Se presentan las respuestas y los argumentos que utilizan para confirmar sus afirmaciones, esta etapa es grabada por audio en donde se encuentra la mayor parte de argumentación.

INTEGRANTES DE EQUIPOS:

Participantes.

Dirección del Acuerdo Grupal: Ing. María Raquel Mendoza Gómez.

Equipo 1:	1 ,5,7,10,13
Equípo2:	3 ,6,12,8
Equipo 3:	2 ,4,11,14

RESULTADOS DEL ACUERDO GRUPAL DE LA SITUACIÓN I.

Situación I **Problema I.1**	*A continuación se da la función* $f(x)=x^3-x-5$ *Realiza lo que se pide en cada inciso.*

a) Calcula $f'(x)$

b) Calcula $f''(x)$

c) Evalúa $f'(-1)$ *y* $f'(1)$

d) Evalúa $f''(-1)$ *y* $f''(1)$

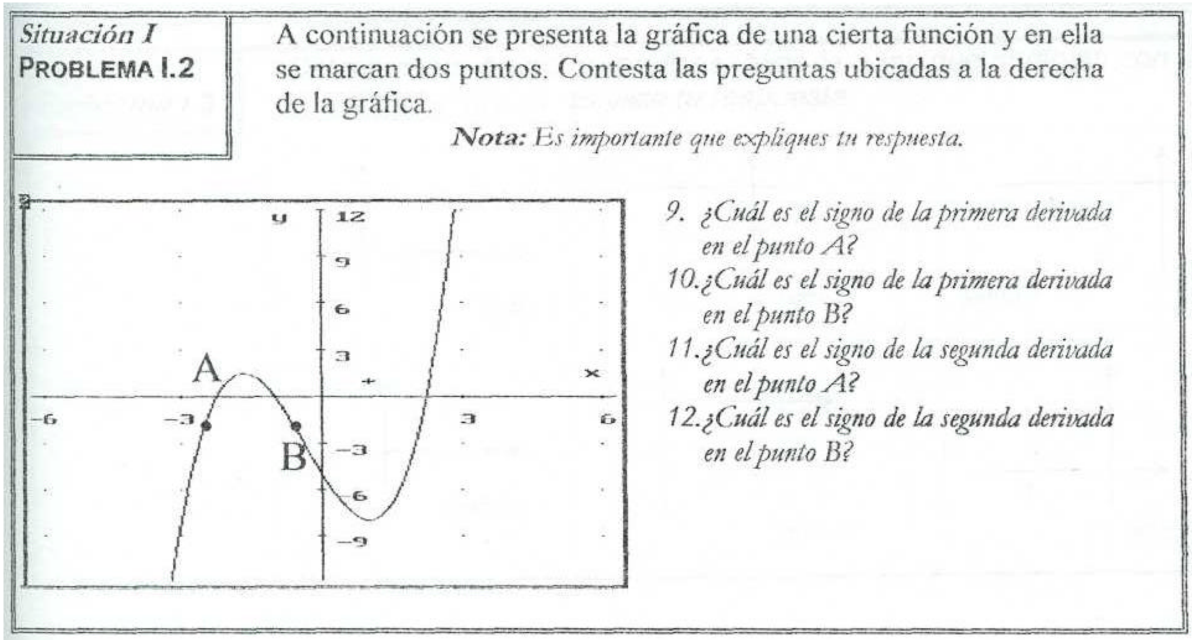
Contesta las siguientes preguntas:

e) ¿Tienen el mismo signo $f'(-1)$ *y* $f''(-1)$*?*

f) ¿Tienen el mismo signo $f'(1)$ *y* $f''(1)$*?*

EQUIPO	a		b		c		d		e		f	
1	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
2	♦		♦		♦		♦		♦		♦	
3	♦		♦		♦		♦		♦		♦	

En este problema todos estuvieron de acuerdo a los resultados obtenidos, no generando polémica, observándose que en el curso de cálculo diferencial predomina lo algorítmico.



Situación I
PROBLEMA I.2

A continuación se presenta la gráfica de una cierta función y en ella se marcan dos puntos. Contesta las preguntas ubicadas a la derecha de la gráfica.

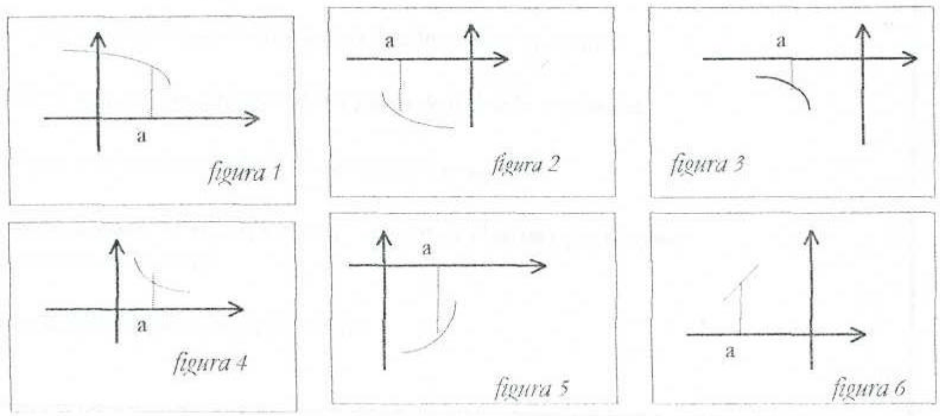
***Nota:** Es importante que expliques tu respuesta.*

9. ¿Cuál es el signo de la primera derivada en el punto A?
10. ¿Cuál es el signo de la primera derivada en el punto B?
11. ¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto A?
12. ¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto B?

EQUIPO	A SIGNO F '(X)	B SIGNO F '(X)	A SIGNO F "(X)	B SIGNO F "(X)
1	+ tan <0	- mayor de 90°	- concavidad hacia abajo	- La concavidad es hacia abajo.
2	+	-	-	-
3	+ tan < 0	- tan > 90°	- concavidad hacia abajo	- Cambio este inciso

Se observa que todos los equipos coinciden con lo que su equipó propuso usan criterios de pendiente para la primera derivada y concavidad para la segunda derivada, en la pregunta 4 observan que el punto B esta antes del punto de inflexión siendo la única respuesta que modifican.

Estudio:	LA DERIVADA COMO UNA ORGANIZACIÓN DE LAS DERIVADAS SUCESIVAS
Situación I **Problema I.3**	*Del siguiente grupo de gráficas, elige la o las que cumplan con la condición $f'(a) < 0$. Explica tu respuesta.*



EQUIPO	**FIGURAS**	**CRITERIO**
1	1,2,3,4	
2	1,2,3,4	
3	1,2,3,4	Si trazamos una tan > 90° por lo tanto es negativa

El convenio es general de acuerdo a las pendientes trazadas a la curva en el punto indicado siendo tan > 90°.

Situación I *Problema I.4*	*Confirma o niega las siguientes afirmaciones:* *Es importante que expliques tus respuestas; para ayudarte, en cada inciso realiza bosquejos*

c) La derivada de una cierta función después de un mínimo local es negativa.

d) La derivada de una función después de un punto de inflexión siempre es positiva.

e) La segunda derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva.

f) La segunda derivada de una función alrededor de un máximo es negativa.

g) El signo de la primera derivada en el punto $x = a$ *, siempre es el mismo que el signo de la segunda derivada en dicho punto.*

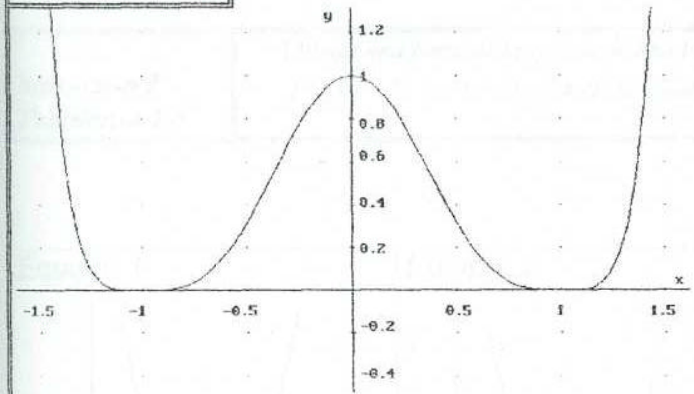
h) La tercera derivada de toda función siempre se anula.

EQUIPO	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**
1	F	F	F	V	F	F
2	F	F	F	V	F	F
3	F	F	F	V	F	F

Los estudiantes logran un grado mayor de abstracción contestando de acuerdo a los criterios de la primera y segunda derivada.

Situación I
Problema I.5

A continuación se muestra la gráfica de una función.



Los siguientes puntos $\left(-\frac{1}{3},0.62\right)$, $\left(-\frac{1}{4},0{,}77\right)$, $(0,1)$, $\left(\frac{1}{5},0.85\right)$, *y* $\left(\frac{1}{3},0.62\right)$ *están sobre ella.*

a) Márcalos.

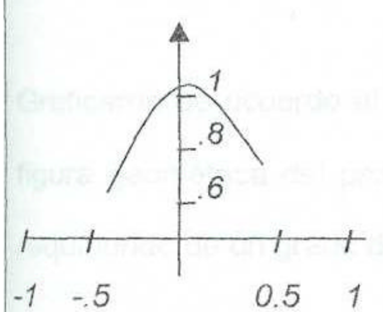
b) Resulta que al evaluar la segunda derivada en $x=-\frac{1}{3}$, $x=-\frac{1}{4}$, $x=0$, $x=\frac{1}{5}$ *y* $x=\frac{1}{3}$ *se obtiene:*

$$f''\left(-\frac{1}{3}\right)=-1.40 \quad f''\left(-\frac{1}{4}\right)=-3.95 \quad f''(0)=-8 \quad f''\left(\frac{1}{5}\right)=-5.30$$

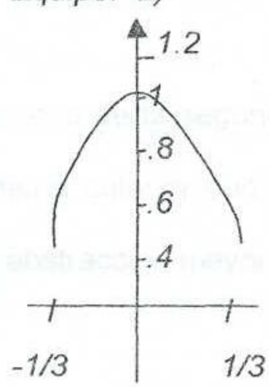
y $f''\left(\frac{1}{3}\right)=-1.40$

Haciendo un bosquejo analiza la forma que tiene la gráfica de la función desde $x=-\frac{1}{3}$ *hasta* $x=\frac{1}{3}$ *y desde* $y=0.4$ *hasta* $y=1.2$

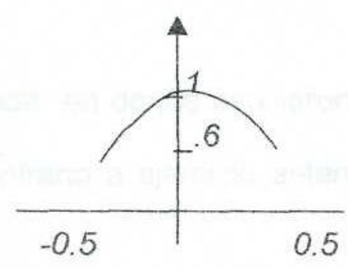
Equipo: 1)



Equipo: 2)

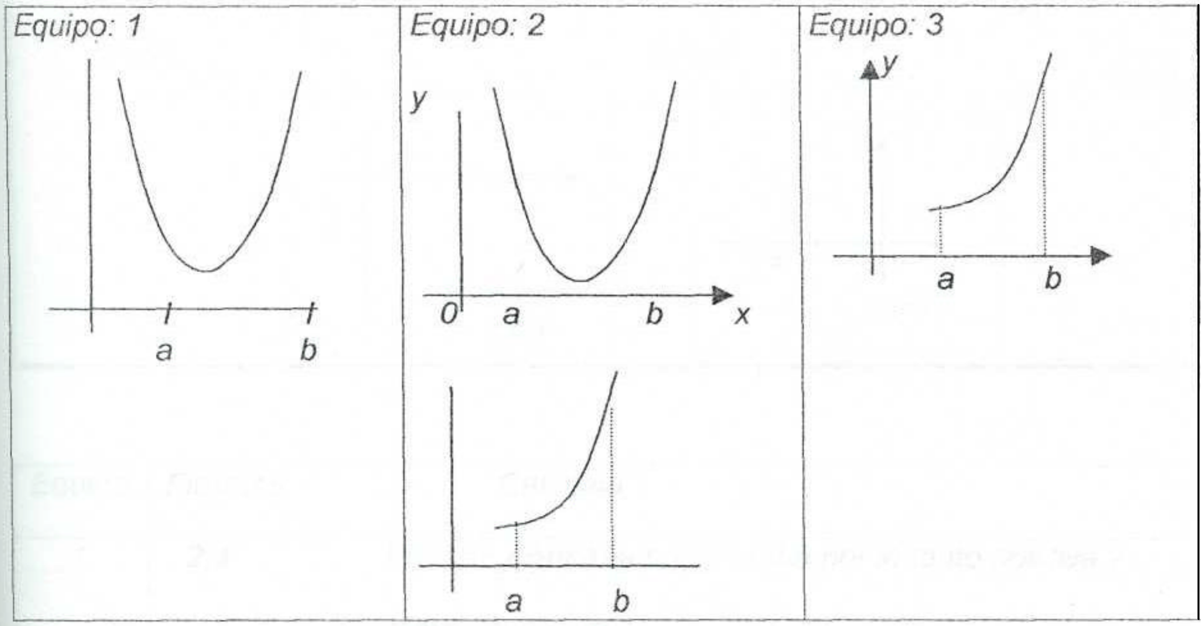


Equipo: 3)

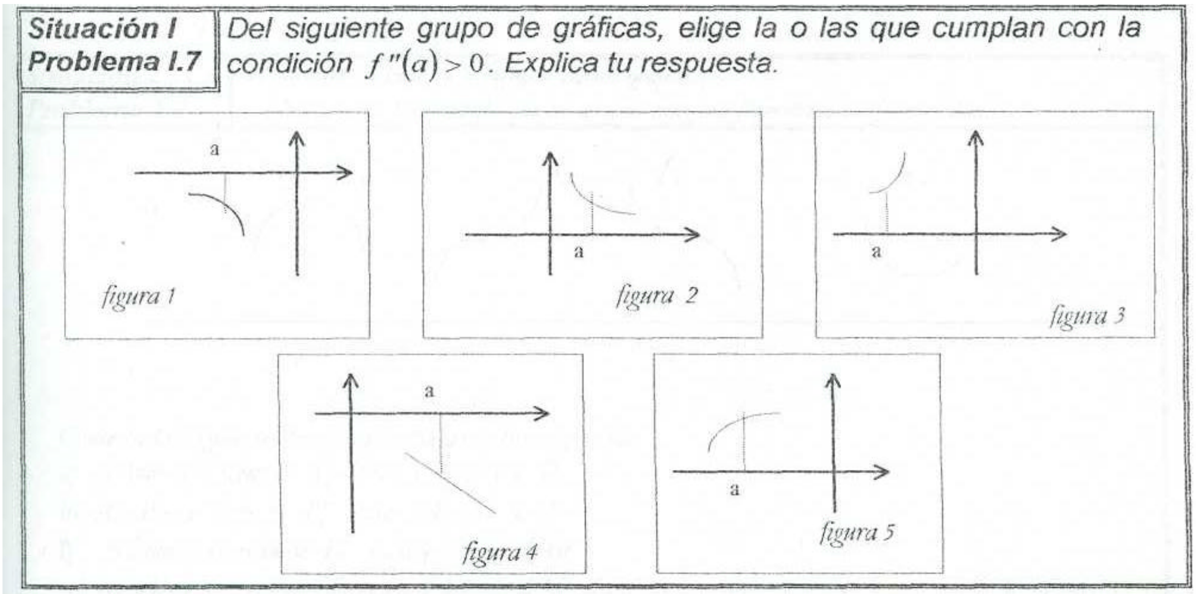


Localizan los puntos que se indican bien en la gráfica ya dibujada, y todos los equipos pueden realizar el bosquejo correcto.

Situación I ***Problema I.6***	*Dibuja una parte de la gráfica de una función que cumpla con la condición* $f''(x) > 0$ *para toda* x *en el intervalo* (a, b). *Explica tu respuesta.*



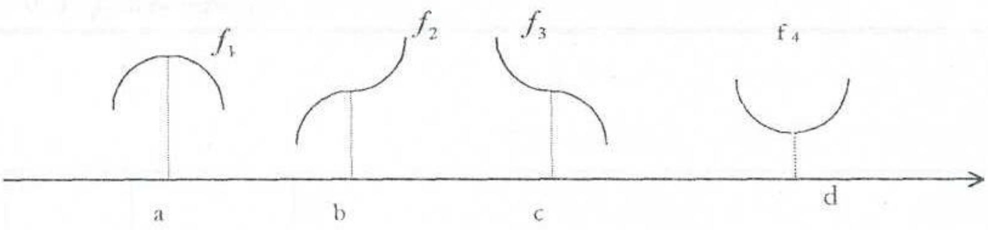
Graficaron de acuerdo al criterio de la segunda derivada en donde asociaron la figura geométrica del problema anterior con signo contrario a ejercicio anterior, requiriendo de un grado de abstracción mayor.



EQUIPO	*FIGURAS*	*CRITERIO*
1	***2,3***	*Por ser cóncava hacia arriba por lo tanto positiva y mayor que cero.*
2	***2,3***	*Por concavidad hacia arriba lo que indica que su $f''(a) > 0$*
3	***2,3***	*Por concavidad hacia arriba*

Eligen las figuras e indican el criterio de concavidad, desapareciendo el teorema factual en donde a la derivada la asociaban con los cuadrantes.

Situación I	*A continuación se presentan varias gráficas.*
Problema I.8	***Nota:*** *Es importante que no asocies ninguna fórmula a las formas dadas.*



Contesta las siguientes preguntas explicando tus respuestas.

a) ¿Cómo es el signo de f_1' *antes y después de* a?

b) ¿Cuál es el signo de f_1'' *antes y después de* a?

l) *¿Cómo es el signo de* f_2' *antes y después de* b?

m) *¿Cuál es el signo de* f_2'' *antes y después de* b?

n) *¿Cómo es el signo de* f_3' *antes y después de* c?

o) *¿Cuál es el signo de* f_3'' *antes y después de* c?

p) *¿Cómo es el signo de* f_4' *antes y después de d?*

h) *¿Cuál es el signo de* f_4'' *antes y después de d?*

EQUIPO	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**
1	+,-	-,-	+,+	-,+	-,-	+,-	-,+	+,+
2	+,-	-,-	+,+	-,+	-,-	+,-	-,+	+,+
3	+,-	-,-	+,+	-,+	-,-	+,-	-,+	+,+

Todos los equipos contestan de acuerdo a los criterios de la primera y segunda derivada, desarrollando en este problema lenguaje de pensamiento variacional.

Situación I	Confirma o niega la siguiente afirmación:
Problema I.9	

Si una función cumple con la condición $f'(a) > 0$ entonces también cumple con la condición $f''(a) > 0$. Explica tu respuesta.

ALUMNO	VERDAD	FALSO	CRITERIO
1		•	Depende de la función y su valor
2		•	No porque depende de los exponenciales que se tengan.
3		•	No siempre que $f'(a) > 0$ $f''(a) > 0$

En este problema se elimina el teorema factual que indica que las derivadas sucesivas tiene el mismo signo.

Predicción de la situación lI

Con esta situación se quiere que el estudiante desarrolle pensamiento y lenguaje variacional, ya que en la anterior situación era de mayor importancia que el estudiante abandone el teorema factual, y supiera el significado geométrico de la primera y segunda derivada, para la siguiente situación es importante que el alumno cuente con conocimientos de calculo, así como también geométricos y analíticos.

Problema II.1 Dada una tabulación de dos funciones identificar cual de ellas tiene mayor derivada en distintos puntos que son comunes.

Como elemento que puede facilitar la solución de este problema esta el de conocer la forma de cómo obtener la pendiente de una recta que pasa por un punto, o observar el crecimiento o decrecimiento de las funciones alrededor de los puntos que se indican en una tabulación.

Problema II.2 Bosqueja la gráfica de dos funciones, tales que cumplan con la condición $f\,(a) > g\,'(a)$

Se requiere un mayor grado de abstracción de la segunda respuesta del problema anterior. Nos interesa este planteamiento, porque creemos que con su solución forzamos a que el estudiante desarrolle pensamiento y lenguaje variacional, si es que la respuesta del problema precedente no fue dada en términos del comportamiento de las funciones alrededor del punto señalado.

Problema II.3 Dada la gráfica de tres funciones identificar cual de ellas tiene *mayor* derivada en un punto.

El planteamiento de esta pregunta tiene la finalidad de que los estudiantes reconozcan el comportamiento de las funciones en una vecindad muy próxima. Las funciones presentadas se interceptan en un mismo punto, sin embargo, no tienen el mismo crecimiento. Permite reforzar la interpretación geométrica de la primera derivada y asociarla con la rapidez de crecimiento.

Problema II.4 Dada la gráfica de una función identificando dos puntos de ella, contestar sí $f\{ b) > f' (a)$.

Este problema en algunos estudios precedentes ha obtenido respuestas interesantes. Una de ellas es: El punto B cumple con lo que se pide porque la ordenada es mayor. Sin embargo, no queremos esta respuesta. El problema esta planteado en términos de que los estudiantes observen los comportamientos de la función alrededor de dos puntos.

Problema II.5 Realizar el bosquejo de una función, con todo detalle a partir de la siguiente información: supóngase que la función $f (x)$ es un polinomio. Se sabe que tiene como puntos críticos: -1, 1, 2 y 3, además, cumple con $f'' (-1) = 0$, $f'' (1) > 0$, $f (2) < 0$ y $f'' (3) = 0$.

Este problema está pensado para que los estudiantes puedan desarrollar pensamiento y lenguaje variacional, se dan algunas características relacionadas a su primera y segunda derivada, a partir de estos se pide hacer un bosquejo de la función en los intervalos dados.

Problema II.6 Prevemos que la respuesta es difícil y que es un proceso de abstracción bastante complejos. Se tiene que hacer un análisis del significado geométrico de la segunda derivada ya adquirido en la situación I.

Problema II.7 Este problema tiene la característica de enunciar un teorema factual, en los que creemos algunos estudiantes van a creer verdadero. Pues solo se consideran procesos algebraicos. Este problema invita a un alto grado de reflexión.

Resultados individuales situación II.

Situación II

Problema II.1

A continuación se muestra una tabla que contiene la tabulación de dos funciones cualesquiera.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$
-0.65	0.000	0.293
-0.60	0.032	0.247
-0.55	0.098	0.201
-0.50	0.173	0.173
-0.45	0.202	0.142
-0.40	0.250	0.100
-0.35	0.301	0.140
-0.30	0.323	0.272
-0.25	0.400	0.400
-0.20	0.423	0.457
-0.15	0.451	0.538

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$
-0.10	0.510	0.541
-0.05	0.521	0.552
0.00	0.500	0.560
0.05	0.461	0.568
0.10	0.358	0.600
0.15	0.252	0.618
0.20	0.192	0.622
0.25	0.161	0.650
0.30	0.142	0.673
0.35	0.062	0.682
0.40	0.010	0.701

Nota: Es importante que observes que la tabla derecha es la continuación de la tabla izquierda.
Ahora contesta las siguientes preguntas:
¿Cuál de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x = -0.50?
¿Cuál de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x = -0.25?
¿Cuál de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x = 0.25?
Es importante que expliques tus respuestas.

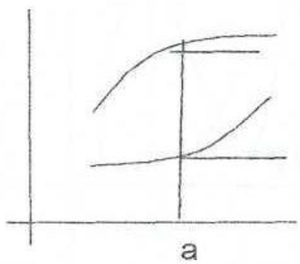
Alumno	x = - 0.50			x = - 0.25			x = 0.25		
	$f`_1 > f_2`$	$f`_1 = f_2`$	$f`_1 < f_2`$*	$f`_1 > f_2`$	$f`_1 = f_2`$	$f`_1 < f_2`$	$f`_1 > f_2`$	$f`_1 = f_2`$	$f`_1 < f_2`$
1		•			•				•
2		•			•				•
3	•			•					•
4		•			•				•
5		•				•			•
6	•			•			•		
7			•			•			•
8		•			•				•
9		•			•				•
10		•			•				•
11		•			•				•
12		•			•				•
13		•			•				•
14									

Únicamente comparan los valores numéricos sin observar las variaciones de las funciones alrededor de un punto.

Situación II **Problema II.2**	Bosqueja una parte de las gráficas de dos funciones, tales que cumplan $f'(a) > g'(a)$. ¿Cómo es $f(x)$ respecto a $g(x)$ alrededor del punto x =a.

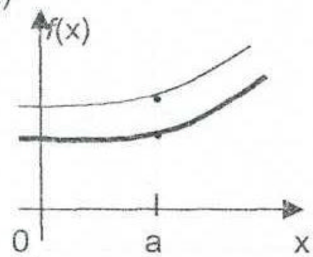
RESPUESTAS:

1)



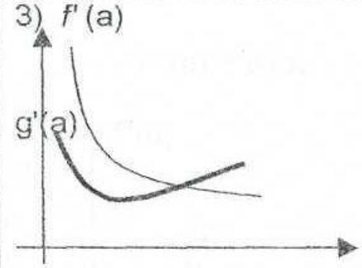
No, no, no, no entiendo, no, no, no.... no.

2)



f (x) es mayor respecto a g(x) en el punto x =a

3)



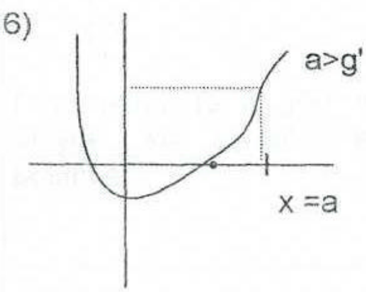
f (x) es mayor que g(x) alrededor de x =a

4)

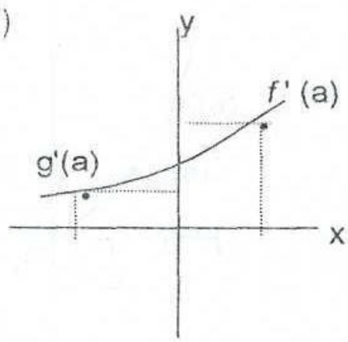
Igual porque sí x =a *f* (x) respecto a; también se podría tomar como x.

5)

6)

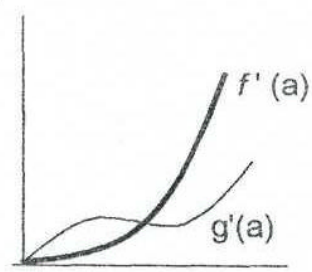


7)



f '(a) es mayor que g' (a) porque esta en el primer cuadrante donde los puntos son +.

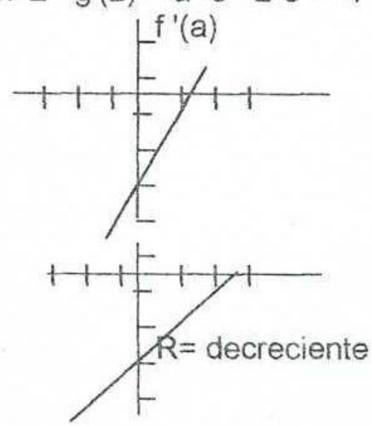
8)



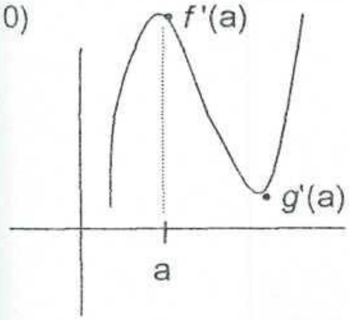
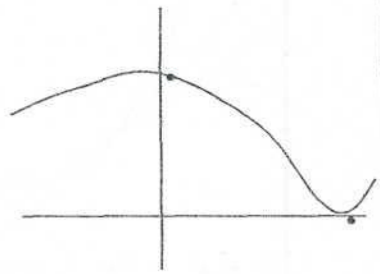
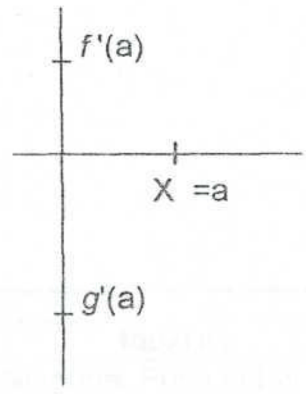
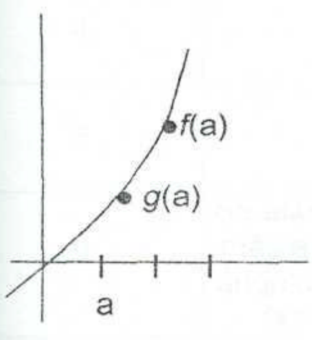
f (x) > *g* (x)
x =a

9)

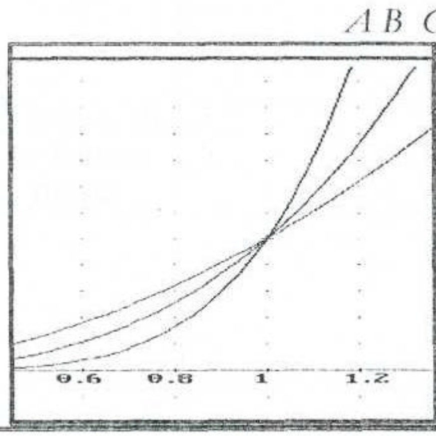
f ' (a) = 2 g'(a) = 1
a=2 f '(2)= 2a -3 = 4-3 =1
x=2 g'(2) = a -3= 2-3 = -1



RESPUESTAS:

10)  Puede ser la primera gráfica de la función, sea positiva antes de su punto máximo, y a su vez $g'(a)$ es menor que $f'(a)$ puesto que llega a un mínimo.	11)  Primero positiva y luego negativa.	12) $f'(a) > g'(a)$  $f(x)$ respecto a $g(x)$ es mayor, su función es positiva
13) 	14)	

Situación II Problema II.3	*A continuación se muestran las gráficas de varias funciones. Todas se interceptan en el mismo punto, decide cuál de ellas tiene derivada mayor en el punto* $x=1$. *Es importante que expliques tu respuesta.*

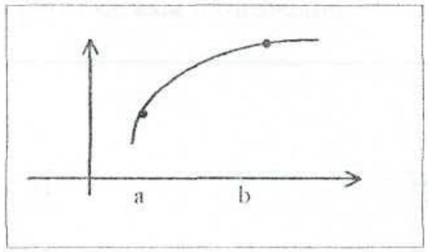


ALUMNO	A	B	C	IGUALES
1				Ninguna. Pues todas en x=1 y en "y" también es igual
2				Todas tienen la misma derivada en ese punto ya que ahí se interceptan.
3	Se eleva más			
4		Se encuentra más hacía el centro		
5			*Tan* <, y mayor ángulo	
6	Se acerca más a un ángulo de 90°			
7	Las	Funciones	Son nulas	están en el mismo punto
8	Tiende a ir hacia arriba			
9			Por el valor que toma.	
10				El valor de "x" en la derivada sería la misma, son positivas.

ALUMNO	*A*	*B*	*C*	IGUALES
11			Se extiende más (el valor de "x" es mayor)	
12	El ángulo de la *Tan* es mayor			
13				En x=1 se interceptan. La derivada debe ser igual en ese punto.
14				

Algunos si observan el mayor ángulo de la tangente eligiendo A, otros eligen C por ser el valor de *x* mayor, los que dicen que la tangente en ese punto es igual para las tres funciones no hacen la comparación de las funciones, solo ven que el $x = 1$ el valor es el mismo para las tres.

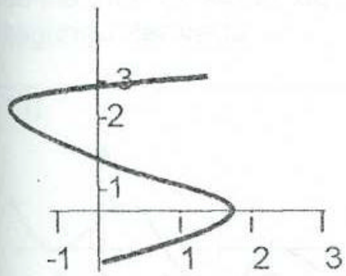
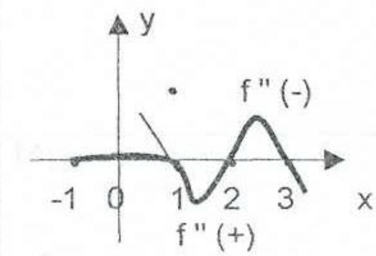
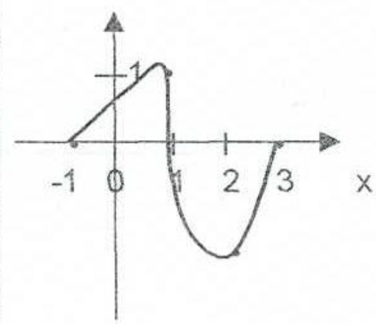
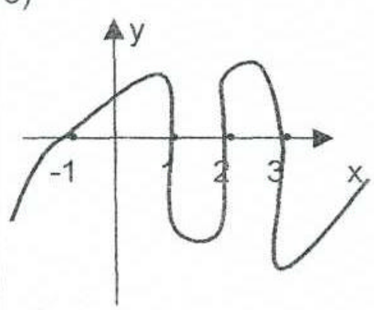
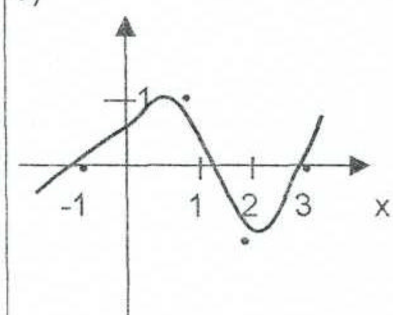
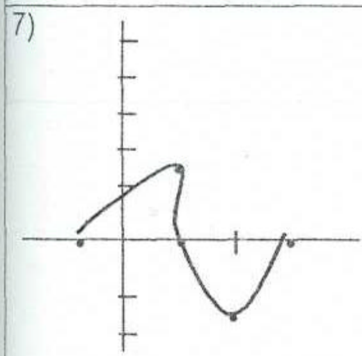
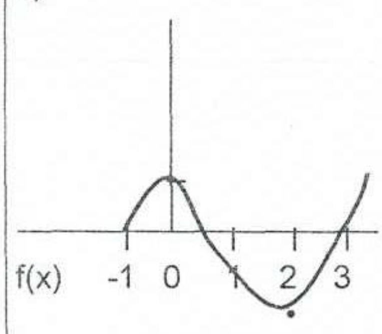
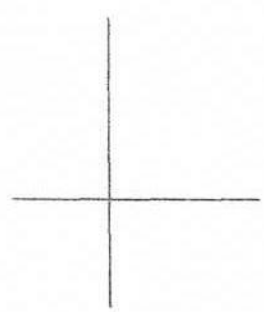
Situación II Problema II.4	De la siguiente figura contesta la siguiente pregunta: ¿ $f'(b) > f'(a)$? Explica tu respuesta.



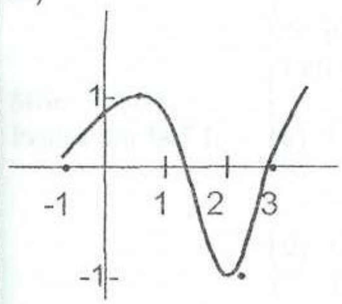
ALUMNO	f'(b)>f'(a)	f'(b)<f'(a)	ARGUMENTO
1		•	El ángulo de la tangente de la pendiente.
2	•		Tiene concavidad hacia abajo
3	•		Se encuentra más hacía arriba
4	•		Ecuación más grande y la derivada también.
5	•		Los valores de la derivada en el punto "b" es mayor para cualquier función.
6		•	No, del punto "a" al punto "b" hay un incremento, hay un mínimo.
7	•		El punto *f* '(a) está en unas coordenadas menores.
8	•		*f* (b) tiende a subir
9	•		Por el valor de la coordenada
10	•		Dependería de la ecuación que se tomara, puede dar un valor alto o bajo para y.
11	•		Ocurre lo mismo que le explique en el problema anterior, solo que en lugar de ser dos gráficas son dos puntos de una gráfica.
12		•	Ya que su pendiente es mayor, en *f* '(a), en *f*'(b) su pendiente de la tan casi es igual a cero. Y en *f* '(a) su pendiente de la tangente esta aproximadamente a 45°.
13	•		Al dar el valor de la derivada en "b" será mayor siempre que "a" y el punto se encuentra más alto y con valores mayores en "x" y "y".
14			

Situación II **Problema II.5**	Supongamos que la función $f(x)$ es un polinomio. Se sabe que tiene como puntos críticos -1, 1, 2 y 3, además cumple con $f''(-1) = 0$, $f''(1) > 0$, $f''(2) < 0$ y $f''(3) = 0$. Haz un bosquejo con todo el detalle posible a partir de esta información.

RESPUESTAS:

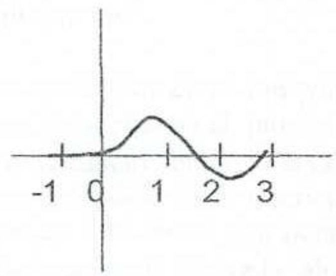
1) 	2) 	3) 
4) No se regresarme al principio de una función teniendo puntos críticos, derivadas, etc.	5) 	6) 
7) 	8) 	9) 

10)

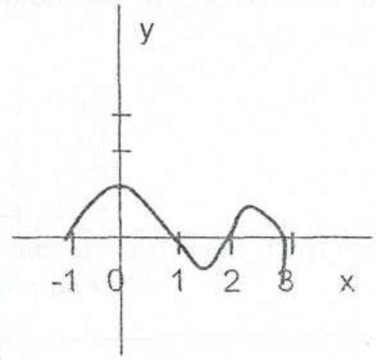


Los puntos críticos definen a los puntos de cambio, la concavidad se define por el signo de la segunda derivada.

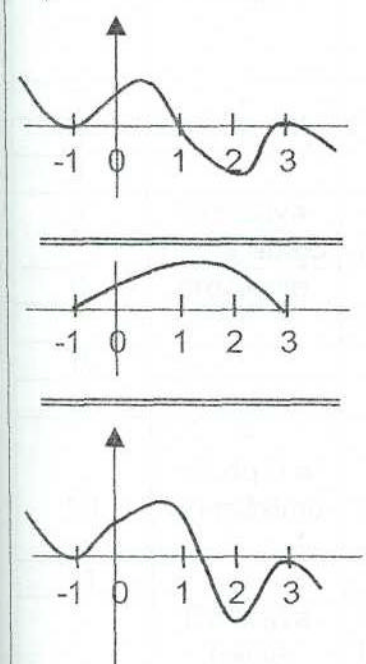
11)



12)



13)



14)

Situación II **Problema II.5 b**	A partir del bosquejo hecho en el problema II5 a contesta las siguientes preguntas: a) Cómo es la función en el intervalo (-1 , 1) ? b) Cómo es la función en el intervalo (1 , 2) ? c) Cómo es la función en el intervalo (2 , 3) ? d) Cómo es la función en el intervalo (-1 , 1) ? e) De acuerdo a la forma que tiene gráfica de la función ¿Cuál es el signo de la segunda derivada alrededor de x=2 ?

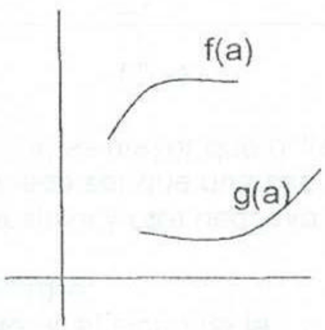
RESPUESTAS:

Alumno	a)	b)	c)	d)	e)
1	+ luego -	Cóncava hacia abajo... positivo	Positiva o cóncava hacia abajo	+ luego negativa	+
2	+			+	-
3	+	-	+	Cambia + a -	+
4					
5	Cóncava hacia abajo	Cóncava hacia arriba	Cóncava hacia abajo	+	+
6	creciente	creciente	decreciente		+
7	-	+	+	-	+
8				-	+
9					
10	+ va de 0 a un máximo	va de un máximo a un mínimo	+ vuelve a subir	+ va hacia arriba	+ cóncava hacia arriba
11	+	-	+	+	-
12	Cóncava hacia abajo, tiene un máximo	Cóncava hacia arriba, tiene un mínimo.	Cóncava hacia abajo, tiene un máximo	Es cero	
13	creciente	decreciente	creciente	+	+
14					

Situación II **Problema II.6 .**	Haz un bosquejo de las gráficas de dos funciones tales que cumplan con la condición $f''(a) > g''(a)$. Da ejemplos de funciones que cumplan con la condición anterior.

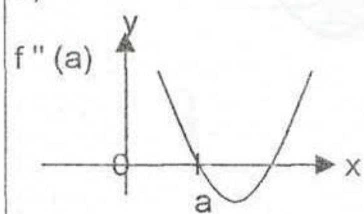
RESPUESTAS:

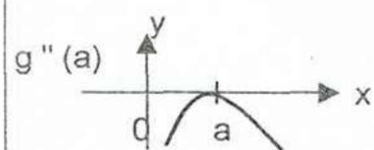
1)



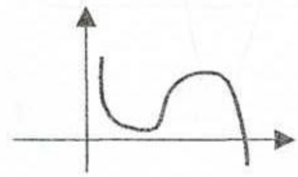
No tengo idea

2)





3)



$f(x)= x^3+3x^2$ $\quad$ $g(x)=x^3+3x$

$f'(x)=3x^2+6x$ $\quad$ $g'(x)=3x^2+3$

$f''(x) =6x+6$ $\quad$ $g''(x)= 6x$

$f''(a) =6a+6$ $\quad$ $g''(a)= 6a$

$a=2$

$f''(2)=6(2)+6$ $\quad$ $g''(2)= 6(2)$

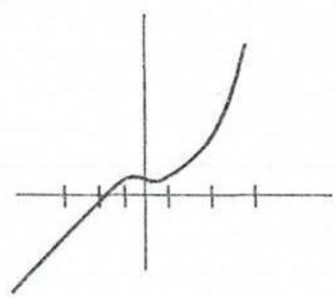
$=18$ $\quad$ $= 12$

4)

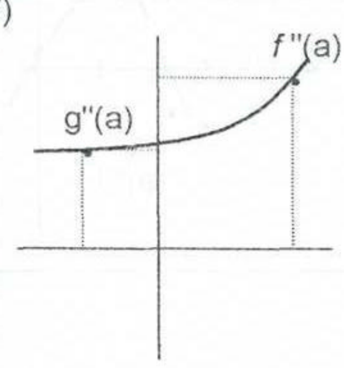
No sé como hacer bosquejos de gráficas

5)

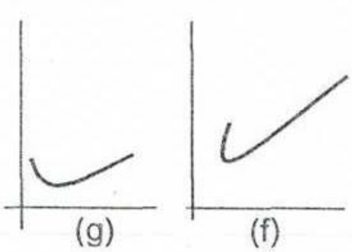
6)



7)



8)

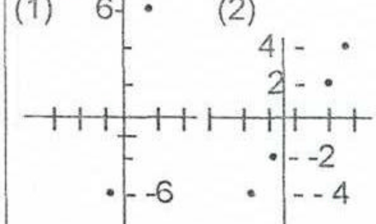


9) (1) $\qquad$ (2)

$f'(a)=3x^2+3$ $\quad$ $g' =x^3+1$

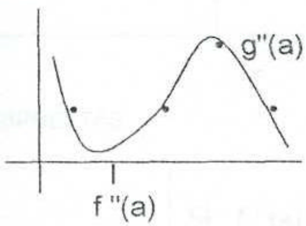
$f''(a) =6x$ $\quad$ $g'= 2x^2$

$f''(a) =6x$ $\quad$ $g''= 2x$



10)

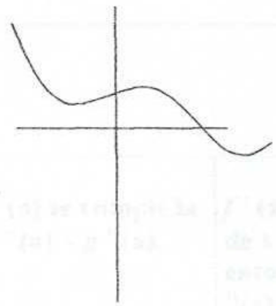
$f''(a) = 6a^2$
$f''(1) = 6(1)^2$
$f''(a) = 6 \quad +$



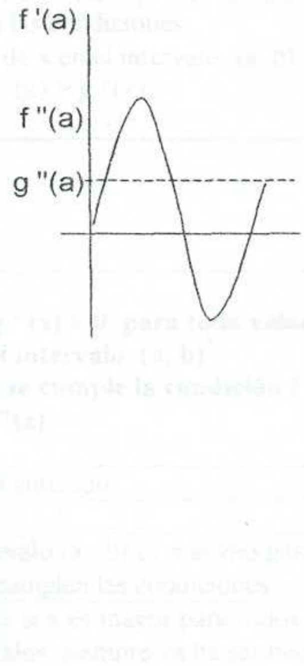
f ''(a) es mayor que g ''(a) puede ser que una sea positiva y otra negativa.

F ''(g)=
No, si el signo de la derivada tendría que ver con el cuadrante. Porque al sustituir los valores negativos en "x" ó "a" daría un resultado negativo en este caso para que fuera cóncava hacia abajo.

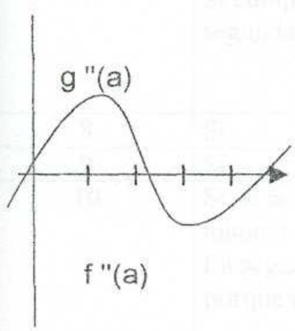
11)



12)



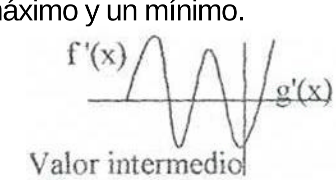
13)



14)

Situación II **Problema II.7**	Confirma o niega las siguientes afirmaciones: 1. Sean dos funciones f y g que cumplan con la condición $f'(a) < g'(a)$ entonces se cumple la condición $f''(a) < g''(a)$. 2. Sean dos funciones que cumplen con las condiciones $f'(x) > g'(x) > 0$ para todo valor de x en el intervalo (a, b) entonces se cumple la condición $f''(x) > g''(x)$

RESPUESTAS:

ALUMNO	**Si f' (a) < *g* ' (a) se cumple la condición f"(a) <*g* "(a).**	**f' (x) > *g* ' (x) > 0 para todo valor de x en el intervalo (a, b), entonces se cumple la condición f"(x) >#"(*)**
I	Si	No se, no entiendo
2	Cierto	Cierto
3	Si, f'(a) >g'(a) ¡a segunda derivada también	Si el intervalo (a, b) es máximo para f "(x) se cumplen las condiciones.
4	Si, si la primer derivada es menor entonces la segunda también.	Si, porque si x es mayor para todos los intervalos, siempre va ha ser más grande.
5	Si, porque la primer derivada siempre es más pequeña	No siempre, porque el valor en todos los valores de (x) cambian del punto (a,b)
6	Si, los signos de la primer derivada y la segunda derivada no cambian.	No
7	Si cumple porque el signo de la segunda derivada sale contrario	f (x) es < g '(x) y > 0 porque f' (x) es + y en lo mismo que en la primera f "(x)>g "(x) porque se cambian los signos.
8	Si	No
9	Si	Si
10	Si, si la función que va hacia el mínimo en esa parte, es negativa. La segunda derivada es negativa, porque es cóncava hacia abajo.	No, porque entre f' (x) > *g*'(x)>0, haber un intermedio, el cual puede ser un máximo y un mínimo. 
11	No.	No.

ALUMNO	**Si f' (a) < *g* ' (a) se cumple la condición f"(si) <*g* "(a).**	**f' (x) > *g* ' (x) > 0 para todo valor de x en el intervalo (a, b), entonces se cumple la condición f"(x) >g"(*)**
12	No, tiene que ser lo mismo en la 2da.	No se puede definir si con su segunda derivada puede ser lo mismo
13	Si porque al aumentar la primera derivada en el intervalo la segunda también aumenta.	Si porque se estén usando valores mayores que 0 en determinado intervalo y esto da como valores positivos derivadas mayores y positivas.
14		

SITUACIÓN II
RESULTADOS DE EQUIPOS

Situación II ***Problema II. 1***	*A continuación se muestra una tabla que contiene la tabulación de dos fundones cualesquiera.*

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$
-0.65	0.000	0.293
-0.60	0.032	0.247
-0.55	0.098	0.201
-0.50	0.173	0.173
-0.45	0.202	0.142
-0.40	0.250	0.100
0.35	0.301	0.140
-OJO	0.323	0.272
-0.25	0.400	0.400
-0.20	0.423	0.457
-0.15	0.451	0.538

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$
-0.10	0.510	0.541
-0.05	0.521	0.552
0.00	0.500	0.560
0.05	0.461	0.568
0.10	0.358	0.600
0.15	0.252	0.618
0.20	0.192	0.622
0.25	0.161	0.650
0.30	0.142	0.673
0.35	0.062	0.682
0.40	0.010	0.701

Nota: Es importante que observes que la tabla derecha es la continuación de la tabla izquierda.
Ahora contesta ***las*** *siguientes preguntas:*
¿Cuál de las dos fundones tiene el valor más grande de la derivada en x — 0.50?
¿Cuál de las dos fundones tiene el valor más grande de la derivada en x = -0.25?
¿Cuál de las dos fundones tiene el valor más grande de la derivada en x = 0.25?
Es importante que expliques tus respuestas

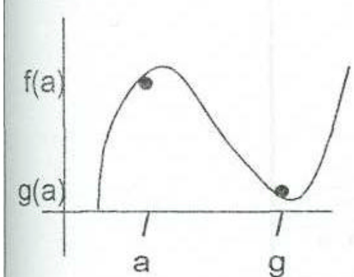
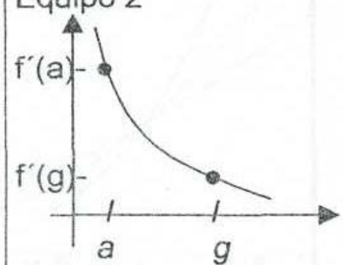
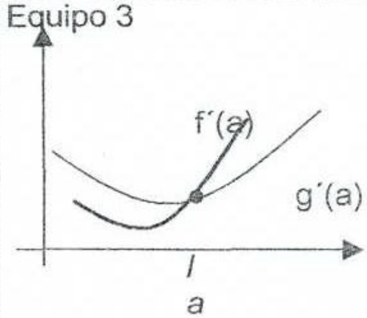
RESPUESTAS:

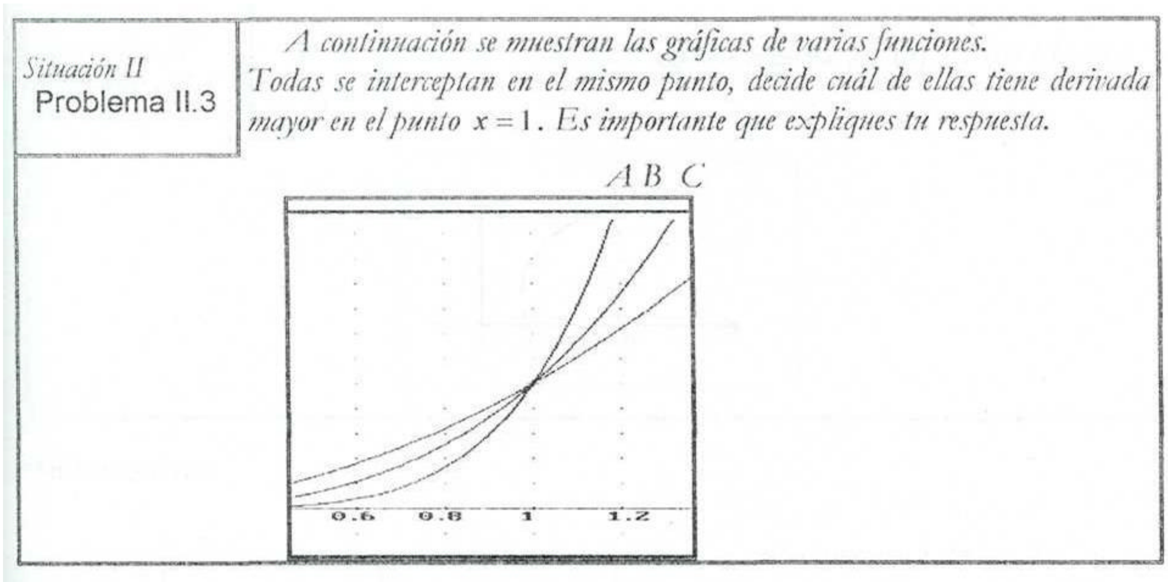
EQUIPO	***x=-0.50***			***X=- 0.25***			***x=0.25***		
	$f_1' > f_2'$	$f_1' = f_2'$	$f_1' < f_2'$	$f_1' > f_2'$	$f_1' = f_2'$	$f_1' < f_2'$	$f_1' > f_2'$	$f_1' = f_2'$	$f_1' < f_2'$
1		•			•				•
2		•			•		•		
3		•			•				•

Únicamente comparan los valores numéricos sin observar el comportamiento de las funciones.

Situación II **Problema 11.2**	Bosqueja una parte de las gráficas de dos funciones, tales que cumplan *f* (a) > *g* ' (a). ¿Cómo es *f[x)* respecto a g(x) alrededor del punto x *=z.*

RESPUESTAS:

Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3
		
	Es mayor	*Igual*

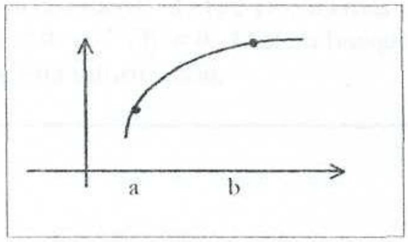

Situación II
Problema II.3

A continuación se muestran las gráficas de varias funciones. Todas se interceptan en el mismo punto, decide cuál de ellas tiene derivada mayor en el punto $x = 1$. Es importante que expliques tu respuesta.

EQUIPO	A	B	C	IGUALES
1	El ángulo es mayor			
2	Es la que tiene mayor pendiente			
3	Toma valores mayores hacia el eje "y"			

El equipo 1 y 2 Algunos si observan e! mayor ángulo de ia tangente o la pendiente eligiendo A, el equipo 3 elige correctamente pero su criterio es de acuerdo al eje “y”.

Situación II Problema II.4	De la siguiente figura contesta la siguiente pregunta: ¿ $f'(b) > f'(a)$? Explica tu respuesta.

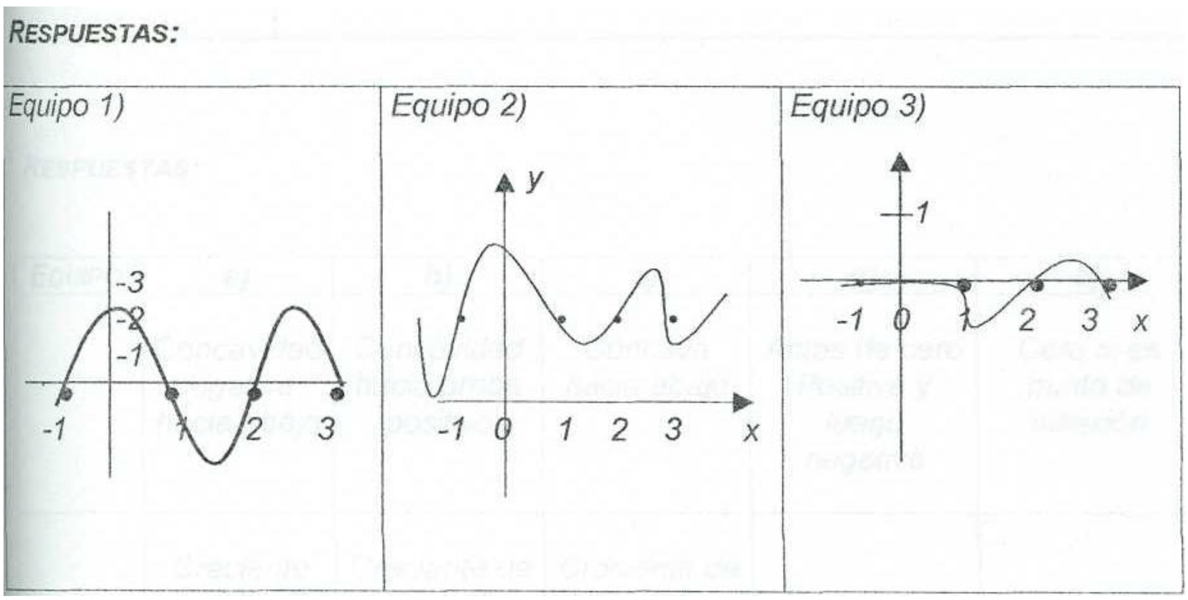


RESPUESTAS

EQUIPO	*f'(h)>f'(a)*	*f'(b)<f'(a)*	*ARGUMENTO*
1		•	EL ÁNGULO A > B
2	•		*La ubicación en el plano tiene un valor mayor*
3	•		*La coordenada de "y" en b > a*

El equipo 1 responde de acuerdo al ángulo de inclinación, los equipos 2 y 3 responden de acuerdo a la coordenada mayor.

Situación II Problema II.5	Supongamos que la función $f(x)$ es un polinomio. Se sabe que tiene como puntos críticos -1, 1, 2 y 3, además cumple con $f''(1)=0$, $f'''(1) > 0$, $f''(2) < 0$ y $f''(3) = 0$. Haz un bosquejo con todo el detalle posible a partir de esta información.

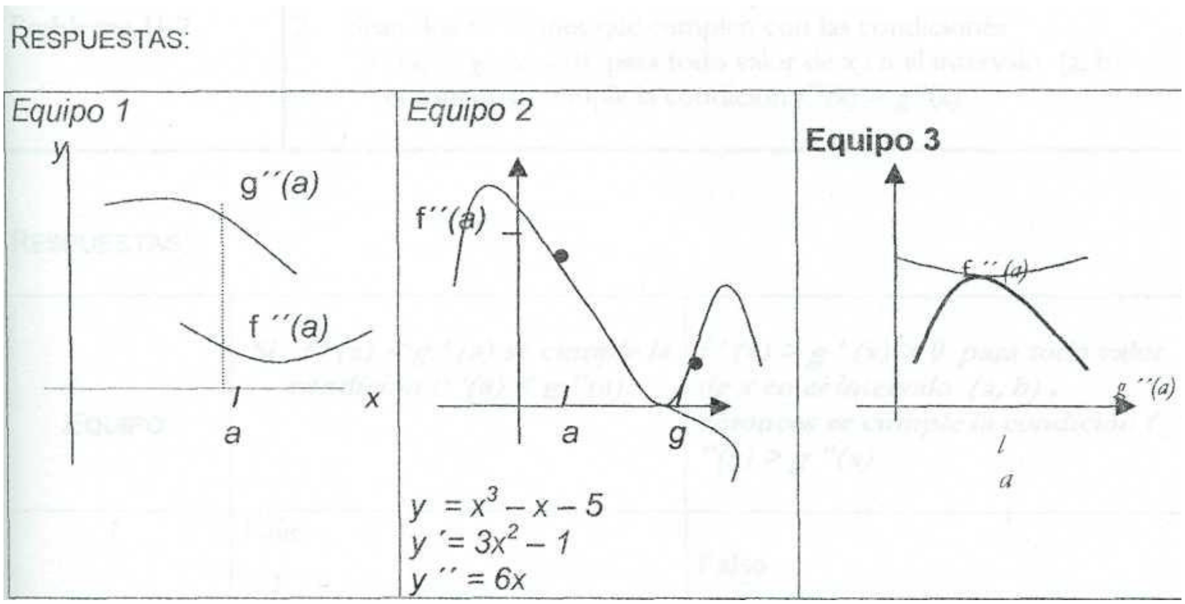


Situación II **Problema II.5 b**	A partir del bosquejo hacho en el problema II.5 a contesta las siguientes preguntas: f) Cómo es la función en el intervalo (-1 , 1) ? g) Cómo es la función en el intervalo (1 , 2) ? h) Cómo es la función en el intervalo (2 , 3) ? i) Cómo es la función en el intervalo (-1 , 1) ? j) De acuerdo a la forma que tiene gráfica de la función ¿Cuál es el signo de la segunda derivada alrededor de x=2 ?

RESPUESTA:

EQUIPO	**a)**	**b)**	***c)***	**d)**	**e)**
1	*Concavidad negativa, hacia abajo*	*Concavidad hacia arriba positivo*	*Cóncava hacia abajo*	*Antes de cero Positiva y luego negativa*	*Cero si es punto de inflexión*
2	*Creciente de -1 a 0, decreciente de O a 1*	*Creciente de 1.5 a 2, decreciente 1a 1.5*	*Creciente de 2 a 2.5, decreciente 2.5 a 3*	*De + a-*	*Es neutra*
3	*Cero*	*La f'' es + f es negativa y luego +*	*Lo inverso al inciso b*	*Cero*	*Negativo y luego positivo.*

Situación II Problema 1.6	Haz un bosquejo de las gráficas de dos funciones tales que cumplan con la condición f"(a) >.g"(a). Da ejemplos de funciones que cumplan con la condición anterior.



Situación II Problema II .7	Confirma o niega las siguientes afirmaciones: 1. Sean dos funciones f *y g* que cumplan con la condición f ' (a) < *g* ' (a) entonces se cumple la condición f""(a) < *g* "(a). 2. Sean dos funciones que cumplen con las condiciones f" (x) > *g'* (x) > 0 para todo valor de x en el intervalo (a, b) entonces se cumple la condición f""(x) > *g* "(x)

RESPUESTAS:

EQUIPO	***Si f' (a) < g ' (a) se cumple la condición f "(a) <g "(a).***	***f' (x) > g ' (x) > 0 para todo valor de x en el intervalo (a, b) ? entonces se cumple la condición f "(x)>g"(x)***
1	*Falso*	**Falso**
2	*Si se cumple*	*Si se cumple-*
3	*No es cierto*	*No es cierto*

Para contestar se auxilian realizando bosquejos como el de la pregunta anterior.

RESULTADOS ACUERDO GRUPAL DE LA SITUACIÓN II.

Situación II

Problema II.1

A continuación se muestra una tabla que contiene la tabulación de dos funciones cualesquiera.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$
-0.65	0.000	0.293
-0.60	0.032	0.247
-0.55	0.098	0.201
-0.50	0.173	0.173
-0.45	0.202	0.142
-0.40	0.250	0.100
-0.35	0.301	0.140
-0.30	0.323	0.272
-0.25	0.400	0.400
-0.20	0.423	0.457
-0.15	0.451	0.538

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$
-0.10	0.510	0.541
-0.05	0.521	0.552
0.00	0.500	0.560
0.05	0.461	0.568
0.10	0.358	0.600
0.15	0.252	0.618
0.20	0.192	0.622
0.25	0.161	0.650
0.30	0.142	0.673
0.35	0.062	0.682
0.40	0.010	0.701

Nota: Es importante que observes que la tabla derecha es la continuación de la tabla izquierda.
Ahora contesta las siguientes preguntas:
¿Cuál de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x = -0.50?
¿Cuál de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x = -0.25?
¿Cuál de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x = 0.25?
Es importante que expliques tus respuestas.

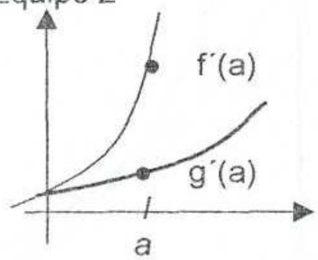
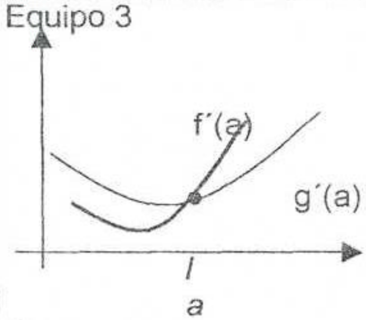
RESPUESTAS:

EQUIPO	***x=-0.50***			***X=- 0.25***			***x=0.25***		
	$f_1'>f_2'$	$f_1'=f_2'$	$f_1'<f_2'$	$f_1'>f_2'$	$f_1'=f_2'$	$f_1'<f_2'$	$f_1'>f_2'$	$f_1'=f_2'$	$f_1'<f_2'$
1	•					•			•
2	•					•			•
3	•					•			•

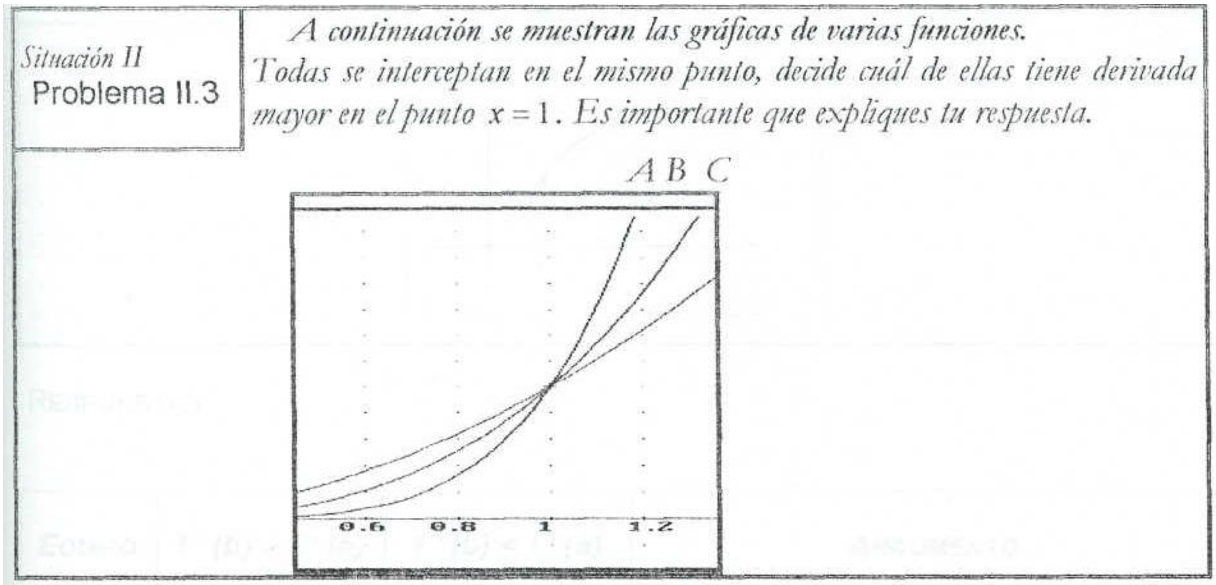
Para contestar realizan un análisis del comportamiento de las funciones, el equipo 1 realiza la gráfica, el equipo 2 y 3 hacen referencia a la función que crece más rápido.

Situación II **Problema II.2**	Bosqueja una parte de las gráficas de dos funciones, tales que cumplan *f* (a) > *g*' (a). ¿Cómo es *f*(x) respecto a g(x) alrededor del punto x =a.

RESPUESTAS:

Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3
		
No coincidió el valor	**Cambio**	*Quedo igual*

El equipo 1 no dibujo la gráfica, el equipo 2 gráfica dos funciones con pendientes distintas, la gráfica del equipo 3 es igual.



Situación II

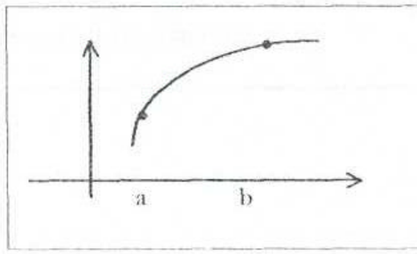
Problema II.3

A continuación se muestran las gráficas de varias funciones. Todas se interceptan en el mismo punto, decide cuál de ellas tiene derivada mayor en el punto $x = 1$. *Es importante que expliques tu respuesta.*

EQUIPO	A	B	C	IGUALES
1	*El ángulo es mayor*			
2	*Es la que tiene mayor pendiente*			
3	*Porque el ángulo de la tangente es mayor.*			

Solo el equipo 3 cambia su criterio de acuerdo a la respuesta anterior de equipo.

Situación II Problema II.4	De la siguiente figura contesta la siguiente pregunta: ¿ $f'(b) > f'(a)$? Explica tu respuesta.



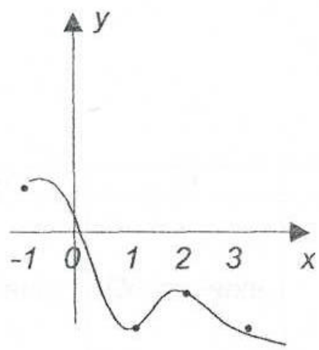
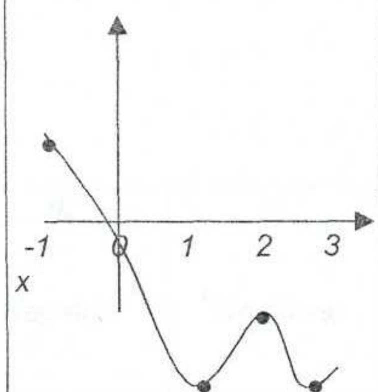
RESPUESTAS:

EQUIPO	***f(b)>f'(a)***	***f'(b)<f'(a)***	***ARGUMENTO***
1		•	*El ángulo a>b*
2		•	*El ángulo de inclinación de la recta tangente es mayor*
3		•	*El ángulo es mayor para la función en "a"*

El equipo 2 y 3 cambian su respuesta de acuerdo al ángulo de inclinación.

Situación II **Problema II.5**	Supongamos que la función f(x) es un polinomio. Se sabe que tiene como puntos críticos -1, 1, 2 y 3, además cumple con f" (-1)=0, f" (1)>0, f"(2)<0 y f" (3)=0. Haz un bosquejo con todo el detalle posible a partir de esta información.

RESPUESTAS:

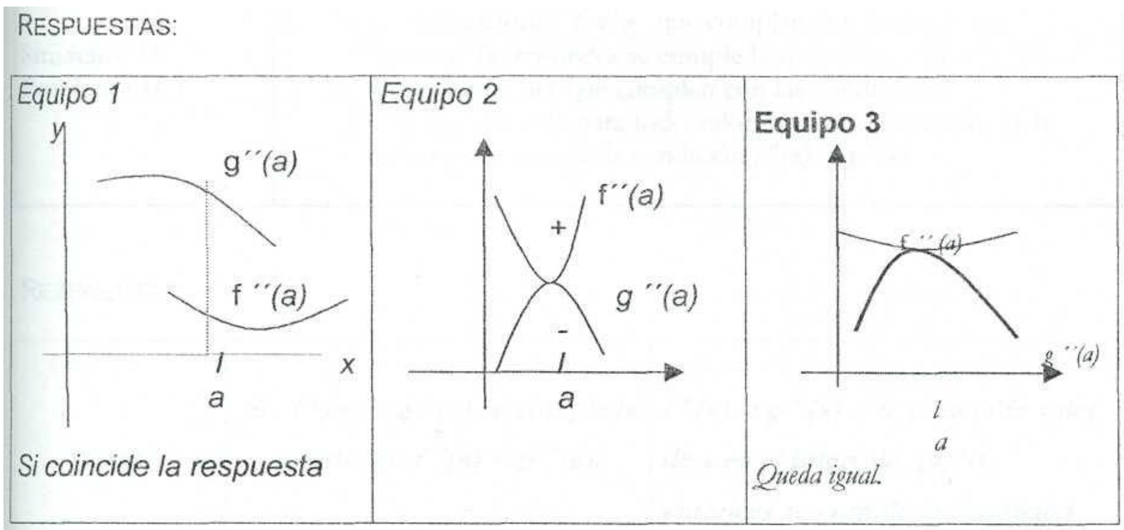
Equipo 1)	*Equipo 2)*	*Equipo 3)*
No coincide la gráfica.		

Situación II **Problema II.5 b**	A partir del bosquejo hacho en el problema 11.5 a contesta las siguientes preguntas: k) Cómo es la función en el intervalo (-1, 1)? l) Cómo es la función en el intervalo (1,2)? m) Cómo es la función en el intervalo (2,3)? n) Cómo es la función en el intervalo (-1,1)? o) De acuerdo a la forma que tiene gráfica de la función ¿Cuál es el sumo de la segunda derivada alrededor de x=2 ?

RESPUESTAS:

EQUIPO	**a)**	***b)***	***c)***	***d***	***e)***
1	*Decreciente*	*Creciente*	*Decreciente*	*Negativa*	*Negativa*
2	*Decreciente*	*Creciente*	*Decreciente*	*Negativa*	*Negativa*
3	*Decreciente*	*Creciente*	*Decreciente*	*Negativa*	*Negativa*

Situación II **Problema II.6**	Haz un bosquejo de las gráficas de dos funciones tales que cumplan con la condición f”(a)>*g”(a).* Da ejemplos de funciones que cumplan con la condición anterior.



El equipo 2 cambia su respuesta, graficando dos funciones con distinta concavidad.

Situación II **Problema II.7**	Confirma o niega las siguientes afirmaciones: 1. Sean dos funciones *f* y *g* que cumplan con la condición *f'* (a) <g'(a) entonces se cumple la condición f" (a)<*g*"(a). 2. Sean dos funciones que cumplen con las condiciones *f'* (x) > *g*' (x)>0 para todo valor de x en el intervalo (a, b) entonces se cumple la condición f"(x) >g"(x)

RESPUESTAS:

EQUIPO	***Si f' (a) < g ' (A) se cumple la condición f "(a) < g "(a).***	***f (x) > g ' (x) > 0 para todo valor de x en el intervalo (a,b), entonces se cumple la condición f"(x)>g"(x)***
l	*Falso*	*Falso*
2	*Falso*	*Falso*
3	*No es cierto*	*No es cierto*

El equipo 2 cambia sus respuestas.

CAPITULO IV
Fase de socialización

En esta sesión se integran los equipos para participar en la solución de los problemas planteados en las dos situaciones didácticas, en esta sesión cada equipo leerá la respuesta a cada problema con los argumentos que han obtenido en cada equipo.

Esta etapa es muy importante ya que se debe de observar la forma de cómo los integrantes de los equipos defienden o refutan las respuestas o argumentos a los que llegaron con sus compañeros y como es que logran salvar las dificultades que se presentan para poder obtener la conclusión final.

Como apoyo en esta etapa se lleva acabo con la conducción de:

Situación I Ing. María Raquel Mendoza Gómez.

Situación II Ing. Ejel Ruiz López.

Se utilizaron tres grabadoras, una en cada equipo para captar la intervención de los estudiantes además de un juego de formato de las situaciones para que hagan las anotaciones correspondientes de los acuerdos a los que se lleguen en el grupo para posteriormente cotejar los resultados obtenidos y establecer criterios finales que se manifiestan en los estudiantes después de aplicadas las situaciones didácticas.

APROPIACION DEL CONOCIMIENTO

Respuestas individuales y en equipo.

En este capitulo se muestran las formas de cómo el estudiante se desarrolla en las etapas de acción y formulación de la situación didáctica aplicada.

Iniciando con el planteamiento del problema, después con las respuestas individuales seguido del consenso por equipos y finalmente se tiene la repuesta más significativas del alumno, cuando interactúa con sus compañeros en la solución de los problemas, analizando los argumentos que se encuentran en el Anexo I, para hacer valer su respuesta o como abandona un criterio y se apropia de otro para salvar las dificultades planteadas.

Se analiza la participación de la alumna Arely de 16 años de edad, cursando cuarto semestre a la cual se le asigno el número uno, ella eligió la materia de Calculo Diferencial porque le gustan las matemáticas, y porque le dijeron que son muy difíciles, está interesada en el conocimiento de las mismas, además porque le resultan necesarias para sus estudios Universitarios.

Se analiza la evolución cognitiva que se lleva a cabo en el desarrollo de la situación didáctica.

Evolución del conocimiento del alumno ante una situación de aprendizaje.

Análisis individual y en equipo; Arely **Situación I**

Problema I.1

Dada una función calcular y comparar los signos *de f' y f''* en dos puntos dados.

Individual:

Realiza correctamente todos los incisos del problema sin mayor dificultad en él cálculo algebraico de la función

Equipo:

No existe dificultad en responder correctamente los incisos.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

En este ejercicio se muestra como predomina el trabajo algebraico en los cursos de matemáticas.

Problema I.2

Dada la gráfica de una función en un intervalo identifica los signos de f' y f''en dos puntos dados.

Individual:

Responde el primer inciso correctamente, trazando la recta tangente en el punto A y concluye la tan en ese punto es positivo, para el punto B traza una recta vertical y dice que esta indeterminado, en la segunda derivada dice que la tan 90° esta indeterminado

Equipo:

Trazan rectas tangentes en los puntos, contestando correctamente *f '*, para *f* contestan de acuerdo a la concavidad, en el punto B no están seguros si es punto de inflexión de la concavidad en la que se encuentra ese punto.

Regularidades o cambios que nos permite detectar *un* posible aprendizaje: De acuerdo al anexo I. Corrigen la forma de cómo trazar la tan. en el punto B, y asignar correctamente los signos de *f ',* para la segunda derivada les cuesta mucho trabajo por no estar la ecuación, se preguntan cual es el signo de la segunda derivada, hasta que recuerdan la concavidad, **cóncava hacia abajo es negativa, en esta parte de la gráfica** para el punto A, en el punto B discuten mucho sobre la ubicación, si es punto de inflexión es igual a cero, o esta en la concavidad hacia abajo ó hacia arriba.

Problema 1.3

De un grupo de gráficas se pide elegir la o las que cumplan con la condición $f'(a)<0$.

Individual:

1, 2, 3, 4 son negativas fig. 5 *tan.* > 0 fig. 6 valor indeterminado

Equipo:

1, 2, 3, 4 La *tan* > 90° por lo tanto menor que cero

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

En este problema se vence el teorema factual de confundir la derivada con los cuadrantes en los que se encuentra la función, trazando la recta tangente en el punto dado.

Problema I.4

Confirma o niega las siguientes afirmaciones

c) La derivada de una cierta función después de un mínimo local es negativa.

d) La derivada de una función después de un punto de inflexión siempre es positiva.

e) La segunda derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva.

f) La segunda derivada de una función alrededor de un máximo es negativa.

g) El signo de la primera derivada en el punto $x = a$, siempre es el mismo que el signo de la segunda derivada en dicho punto.

h) La tercera derivada de toda función siempre se anula

Individual:

Este ejercicio requiere de un alto grado de abstracción y son contestados acertadamente los tres primeros incisos con la ayuda de bosquejos. En la f'' traza el bosquejo con rectas tangente antes y después del máximo, en el siguiente inciso dice que siempre tiene el mimo sigo la f y f'' derivada, en la tercera derivada dice que nunca se anula, aunque tenga cero que es una constante siempre queda cero.

Equipo:

Todos los incisos son contestados correctamente, auxiliándose de bosquejos. En la tercera derivada escriben una ecuación que derivan algebraicamente..

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje: Con la interacción en equipo queda claro el comportamiento de la primer derivada, pero en la segunda contestan correctamente paro ya no manejan los criterios de concavidad, dicen que depende del valor y la función,

Problema I.5

Dada la gráfica de una función y los valores de f '' en un intervalo [-1/3, 1/3], realiza el bosquejo de la función en ese intervalo.

Individual:

Realiza un bosquejo invertido de acuerdo a los valores que se obtienen en la segunda derivada.

Equipo:

Realizan el bosquejo correcto, localizan primero los puntos en la gráfica

Regularidades o cambios que nos permita detectar *un* posible aprendizaje:

Encuentran gran dificultad para elaborar la gráfica, surge el comentario de la concavidad en la segunda derivada.

Problema I.6

Dibuja una parte de la gráfica de una función que cumpla con la condición *f''{x)*>0 para toda x en el intervalo *(a,b).*

Individual:

Marca correctamente el intervalo y la gráfica.

Equipo:

Elaboran correctamente la gráfica y hacen mención de la f"(x)>0 es cóncava hacia arriba.

Regularidades o cambios que nos permite detectar *un* posible aprendizaje:

En este problema ya asocian a la f' con la concavidad, tenían dificultad en el signo de acuerdo a la concavidad, en cual resuelven en equipo.

Problema 1.7

Del siguiente grupo de gráficas, elige la o las que cumplan con la condición *f"(a)>0*

Individual:

Elige las figuras de acuerdo a la pendiente.

Equipo:

Resuelven correctamente de acuerdo a la concavidad.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

Cambia el criterio que tenia de la segunda derivada con relación a la tangente, resolviendo de acuerdo a la concavidad de la función reafirmando el aprendizaje obtenido del problema anterior.

Problema 1.8

Dadas cuatro gráficas identificar el signo de f ' y *f "* en un punto dado.

Individual:

Resuelve los incisos de *f'* correctamente, en f" menciona no saber

Equipo:

Aplican correctamente los criterios de la primera y segunda derivada.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

Su participación en equipo es apoyando el criterio de la segunda derivada respecto a ala concavidad de la figura.

Problema 1.9

Confirmar o negar, siempre que $f'\{a)$ > 0 entonces también $f''(a)$ > 0

Individual:

No responde correctamente, menciona que es la misma gráfica y el mismo punto

Equipo:

Responden acertadamente, dependiendo de la función y su valor.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

En este problema mencionan la concavidad de la segunda derivada, observando que existe pendiente negativa y pendiente positiva, concluyendo que depende de la función.

Evolución del conocimiento del alumno ante una situación de aprendizaje.

Análisis individual y en equipo: Arely **Situación II**

Problema II.1

Dada la tabulación de dos funciones, identificar cual de ellas tiene mayor derivada en los puntos dados que son comunes.

Individual:

No toma en cuenta el comportamiento de las funciones, únicamente compara los valores numéricos.

Equipo:

Únicamente comparan los valores numéricos de las funciones en los puntos indicados, sin llegar a comparar el comportamiento de las correspondientes derivadas.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

Inician discutiendo el comportamiento de las funciones, lo cual abandonan inmediatamente, argumentando que no se estaban viendo ni máximos ni mínimos, ya que se presenta una tabla de valores y los valores son iguales. No existió mayor discusión, ya que todos estuvieron de acuerdo en la comparación de los valores numéricos de las funciones.

Problema II.2

Bosqueja la gráfica de dos funciones tal que cumplan $f'(a) > g'(a)$.

Individual:

Realiza el bosquejo de dos funciones acertado, una con derivada positiva y otra con derivada negativa, en el punto "a", escribe que no, no, no, entiendo no, no.

Equipo:

Realizan un bosquejo erróneo, de una función. En donde marcan dos puntos, uno con pendiente positiva y el otro con pendiente negativa.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

Tiene la idea de dos gráficas, la cual abandona cuando trazan la gráfica con un máximo y un mínimo en donde trazan las rectas pendientes negativa y positiva.

Problema II.3

Dada la gráfica de tres funciones identificar cual de ellas tiene mayor derivada en un punto.

Individual:

Contesta equivocadamente porque menciona que en ese punto todas son iguales.

Equipo:

Contestan correctamente auxiliándose de trazos de tangentes en cada función.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

Ante la intervención de sus compañeros de repente dice que tracen las tangentes a cada función para observar cual tiene mayor pendiente, el hecho de que todas las rectas pasen por un punto les causa conflicto no aceptando el trazo de las tangentes, les dice que hagan gráficas separadas la de mayor pendiente es A.

Problema II.4

Dada la gráfica de una función identificando dos puntos de ella contestar si $f'(b)>r(a)$

Individual:

Contesta correctamente auxiliándose con rectas tangentes en dichos puntos.

Equipo:

Contestan acertadamente, se basa en el ángulo de inclinación de las rectas tangentes para la primera derivada.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

En esta pregunta la mayoría esta de acuerdo en el trazo de las recta tangente para cada punto.

Problemas II.5

Realizar el bosquejo de una función con puntos críticos -1, 1, 2 y 3 y además cumple con $f''(-1) = 0$, $f''(1) > 0$, $f''(2) < 0$ y $f''(3)=0$. *Haz* un bosquejo con todo el detalle posible a partir de esta información.

Individual:

No logra trazar el bosquejo de acuerdo a los puntos críticos, realiza una gráfica asociando los valores de la segunda derivada en el eje y.

Equipo:

Realizan un bosquejo aproximado usando Sos criterios de ia segunda derivada

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

Con la participación del equipo se observa que manejan el criterio de la segunda derivada respecto **a** la concavidad.

Problema II.5b

A partir del bosquejo hecho en el problema II.5 a contesta las siguientes preguntas:

p) Cómo es la función en el intervalo (-1,1)?

q) Cómo es la función en el intervalo (1 , 2) ?

r) Cómo es la función en el intervalo (2 , 3) ?

s) Cómo es la función en el intervalo (-1,1)?

De acuerdo a la forma que tiene gráfica de ia función ¿Cuál es el signo de la segunda derivada alrededor de x=2?

Individual:

La respuesta a los incisos no tiene sentido, así lo manifiesta, ya que dice no esta acostumbrada.

Equipo:

Las respuestas de los incisos son adecuadas de acuerdo a la gráfica que elaboraron en el problema anterior.

Regularidades o cambios que nos permite detectar un posible aprendizaje:

Existe gran confusión con el trazo de la curva que elaboraron en que sea una función, un polinomio, superado este aspecto discuten sobre el criterio de la segunda derivada de acuerdo a su concavidad y punto de inflexión.

Problema II.6

Realizar un bosquejo de las gráficas de dos funciones tales que cumpian con la condición $f''(a) > g''(a)$

Individual:

Realiza el bosquejo invertido de las funciones es decir $f''(a) < g''(a)$, pero no esta segura de lo que realiza ya que anota, no tiene idea.

Equipo:

Realizan el bosquejo adecuado de las funciones en donde $f''(a) > g''(a)$

Regularidades o cambios que nos permite detectar *un* posible aprendizaje: inicialmente grafican una función con punto máximo y mínimo, queriendo anotar *f (a) y f (g),* anulando su repuesta inicial corrigiendo ya que se dan cuenta que deben de ser dos funciones ya que la referencia es $f''(a) > g''(a)$, en el punto "a"

Problema II.7

Confirma o niega las siguientes afirmaciones:

1. Sean dos funciones *f* y *g* que cumplan con la condición $f'(a) < g'(a)$ entonces se cumple la condición $f''(a) < g''(a)$.

2. Sean dos funciones que cumplen con las condiciones *f (x) > g ' (x) > 0 para* todo valor de x en el intervalo (a, b) entonces se cumple la condición *f ''(x) > g ''(x)* individual:

Contesta erróneamente, escribe, no sé, no entiendo.

Equipo:

Contestan adecuadamente, pero no tiene claro que son dos funciones, ya que los bosquejos, solo trazan la gráfica de una función.

Regularidades o cambios que nos permite detectar *un* posible aprendizaje;

En la participación del equipo, mencionan dos funciones pero abandonan, trabajando con el bosquejo de una función que tiene un máximo y un mínimo.

CONCLUSIONES

En el grupo de estudiantes se observó lo siguiente:

Los estudiantes no están acostumbrados a resolver problemas en forma independiente, inicialmente buscaban la afirmación o negación del investigador. No mostrando seguridad en sus respuestas, hasta que se involucraron en la solución de la situación didáctica. No importándoles finalmente que la sesión se grabara.

En la etapa de acción se observó que los estudiantes tienen mayor dificultad en el tratamiento de las representaciones gráficas y numéricas de la primera y segunda derivadas de una función dada.

Los estudiantes trabajan mejor en lo algorítmico que en lo visual-gráfico, mostrando que sus conocimientos en álgebra son predominantes en el curso de cálculo diferencial.

En el aspecto numérico en donde se puede observar la variación de funciones, los estudiantes fijan la atención en los valores numéricos de la función de tal manera que eso les impide responder adecuadamente a preguntas relacionadas con el comportamiento de la derivada en puntos específicos.

Es evidente que en el curso de cálculo diferencial son abordados con su profesor los criterios de las derivadas, los estudiantes los mencionan en la etapa de formulación, en la cual el alumno intercambia información en equipos, se observo que en esta etapa no son capaces los estudiantes de relacionar la derivada de una función en sus diferentes contextos de la derivada.

En la etapa de institucionalización destinada a establecer convenciones entre el profesor y los estudiantes se institucionaliza el conocimiento existiendo argumentos correctos de una función logrando que el alumno identifique el comportamiento de la función a través de las distintas representaciones algebraica, gráfica, numérica de la derivada

Los estudiantes que participaron en esta investigación, manifestaron que es más fácil de asimilar el tema de derivadas por los métodos gráficos o numéricos, comparado con el algebraico, también les agradó la forma de trabajar, finalmente defendieron y aportaron ideas para la solución de la Situación Didáctica.

En este trabajo se logra que los estudiantes conociendo el comportamiento de la primera y segunda derivadas de una función en sus diferentes representaciones de la derivada, como es: algebraico, geométrico, numérico, pueden identificar el comportamiento de la función. Esto se observa principalmente en el problema 11.5 ya que conociendo los puntos críticos de las derivadas ellos pueden realizar el bosquejo de la función.

Al finalizar esta investigación considero que existe un cambio favorable, observando que comunicamos el comportamiento de la derivada en sus diferentes

Al finalizar esta investigación considero que existe un cambio favorable, observando que comunicamos el comportamiento de la derivada en sus diferentes representaciones a los estudiantes por medio de la Situación Didáctica aplicada, obteniendo mayor interés en los estudiantes para involucrarse en el tema, no solo desarrollándolo algebraicamente sin ser significativo.

Uno de los mayores retos como catedrático en la enseñanza de las matemáticas es que lo que comunicamos a los estudiantes sea en realidad lo que le queremos que aprenda, conociendo los obstáculos epistemológicos que se pueden presentar en determinados temas, lo cual sólo se puede conocer con investigaciones que ayuden a evitar que nociones anteriores se opongan a nuevos conocimientos.

Al finalizar esta actividad se observó conciencia critica de los estudiantes acerca de la capacidad que tienen de construir el conocimiento y dominar con mayor precisión los temas de cálculo diferencial.

En general se puede concluir que el trabajo en equipo y la discusión grupal, les permitió hacer suyos los conceptos de cálculo diferencial que no tenían muy claros e incorporar otros, siendo posible lograr los objetivos de la educación, principalmente en el ámbito de la matemática educativa.

Bibliografía

? Artigue M. (1995) *"La Enseñanza de los Principios del Cálculo: Problemas Epistemológicos, Cognitivos y Didácticos",* Pedro Gómez (ED.), *ingeniería didáctica en educación matemática,* Grupo Editorial íbero América, Colombia

? Brousseau, G. (1983) *Les Gbstacles Épistemologiques et les Problémes en Mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques.* Recherches en Didactique des Mathématiques 4(2), 165-198.

? Cantoral Uriza Ricardo, (1983) *Procesos del calculo y su desarrollo conceptual.* Tesis de Maestría, México, Cinvestav.

? Cantoral Uriza Ricardo, (1997) *Hacia una Didáctica del Cálculo Basada en la Cognición.* Serie: Antologías No. 1, 1-24.

? Cantoral Uriza Ricardo, (1997) *Matemática Educativa.* Serie: Antologías No.1, 81-98.

? Cantoral Uriza Ricardo, (1997) *Pensamiento y Lenguaje Variacional.* Seminario de Investigación del Área de Educación Superior. México, Cinvesíav-IPN.

? Cantoral Uriza Ricardo, (1998) *La aproximación socio-epistemológica a la Investigación en Matemática Educativa: El caso del Pensamiento y Lenguaje Variacional.* En Farfán, R. Resúmenes de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.

? Cantoral Uriza Ricardo & González R. (1998) *Diseño de situaciones didácticas de resignifícación: el caso de la derivada como un organizador de las derivadas sucesivas.* En Farfán, R. Resúmenes de la Xíl Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. México, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

? Cantoral Uriza Ricardo, (2000) *Desarrollo del pensamiento matemático. Situaciones de cambio, pensamiento y lenguaje variacional.* México DF. Editorial Trillas.

? Cantoral Uriza Ricardo & Farfán Rosa María, (2000) *Desarrollo del pensamiento matemático. Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis.* México DF. Editorial Trillas.

? Contreras Garduño L, (1999) *"Interpretación Geométrica de las derivadas de una Función",* tesis de Maestría, U.A.E.H., Subnodo Regional de Matemática Educativa.

? Farfán Rosa María, (1997) *Ingeniería Didáctica: Un estudio en la variación y el cambio.* México, Grupo Editorial ibero América.

? Gálvez Grecia, (1985) *El Aprendizaje de la Orientación en el Espacio Urbano,* Tesis Doctoral, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN México, DF.

? González Rigoberto, (1999) *"La derivada como una organización de las derivadas sucesivas"* Tesis de Maestría, México, Cinvestav.

? Guzmán, Mendoza, Martínez, Ruiz, (1998) *"Pensamiento y Lenguaje Variaciones",* Tesina especialidad en enseñanza de la matemática.

? Pelitre Marie Lise, (1993) *Una Visión General de la Didáctica de las Matemáticas* en Francia, instituto Universitario de Formación de Maestros, *Rúan, Francia.*

? *Perrin Glorian Marie Jeanne, (1997)* Teoría de Situaciones Didáctas, *Universidad de París, París Francia.*

Anexo 1

Trascripción de la participación de equipo.

La derivada como una organización de las derivadas sucesivas

Escuela: Preparatoria No. Uno de la U.A.E.H.

Equipo 1.

Situación i

Problema 1.1

1: ... f , y = 6x / f seis no?

5: ... Aja //

13: Es igual? Si

1: LSi //

7: ... Tienen el mismo signo? / no, no, no aquí le ponemos // y aquí sí //

(...) //

5: ...Inicia lo difícil. (...)

Problema 1.2

1: ... ¿Cual es el signo de a primera derivada en el punto A?

7: de la primera derivada en el punto A? / /

1: ...Positiva, no?

5: ... No entiendo porqué

1: ...La derivada es la tangente .entonces si trazamos la tangente es positiva

5: ...Pero por la tangente que es menor de 90°, no es así?

1: ...Aja

5: ...Ha esta fácil //

7: ...Pero sí está bien?

5: ...Si porque si, seria algo así, no?

1: ...Si está es la función original

7: ...No, se traza así

5: ...No porque así seria 90°, y así seria menos de 90° //

7: ...Es positivo?

5: ...Porque las tangente es menor de 90° //

Cual es el signo de la primera derivada en el punto B?

7: ...En el punto B? // aquí sería negativo, no? /

5: ...Es mayor

7: mayor de 90°

1: ...Mayor

7: Así (...)

1: ¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto A?

7: ...Oh oh, y como sabemos cual es?

1: ...La derivo

5: ...La derivada, la segunda derivada? //

1: ...Se supone que la

5: ...Cuando es un número negativo que da, la segunda derivada?

1: ... No te puedes regresar

5: ...Ahpero (...) //

1: ... Pero no te puedes regresar, Antonio

5: ...Es negativa //

1: ... No, pero en esa función

5: ...Evaluando un numero negativo -1

1: ...Por eso, pero en esa función y esta no es

5: ...Bueno, les are caso a ustedes //

1: ...Cual es el signo de la segunda derivada en el punto A?

13: ...Cual es el signo de la segunda derivada en el punto A? //

(...)

Segunda derivada, a ver como va a ser el signo de la segunda derivada en _ el punto A //

5 ...Negativa, no,

13 Cóncava hacia abajo, aja es negativa, porque es cóncava hacia abajo, en esa parte de la gráfica.

1: ...O sea la segunda derivada

13: ...Cambia la concavidad, bueno eso creo yo.

7: ...O sea la segunda derivada trabaja?

13: ...En función de la concavidad

5: ...Bueno eso digo yo, //pues ya la hicimos

1: ...Es negativa // // (...)

7: ...Seria positivo, por su concavidad hacia arriba, bueno yo digo

13: ...Seria punto critico, si fuera primera derivada seria negativo

5: ...Si porque va bajando no?

13: ...Aja, /

5: ...Seria negativo, Seria por punto critico, por punto de inflexión, Segunda derivada

7: ...Punto de inflexión?

5: ...De que está hablando // ¿Qué pregunta es?

13: ...Es la 4

1: ... Y si fuera punto de inflexión

7: ...De segunda derivada

1: ...Y si fuera punto de inflexión

13: ...Es punto de inflexión porque es segunda derivada

1: ...Seria cero no

5: ...Sí cero

13: ...Es cero

1: ...Pero aquí seria punto de inflexión, no? //

7: ...Aquí si se ve la concavidad

13: ...Si pero podría ser a partir de aquí la concavidad sea hacia arriba, igual podría ser positivo

1: ...Aja

13: ...Aquí también es positivo

5: ...Pero es segunda derivada

13: ... La estas tomando aquí //

1: ...Si es punto de inflexión es cero, no?

13: ... Se supone que lo que empieza primero es un cuadrado

.

.

.

1: ...Si no es, negativo también,

13: ...No positivo

7: ... Aquí seria positivo, no?

13: ... Aja a partir de B para acá,

7: ... Es negativo no?

1: ...Si es punto de inflexión es cero

13: ...cero, aja, si

1: ...Pero si no, es positivo, no, negativo

13: ...aja, no pero porque?

5: ...Es cóncava hacia arriba

13: ...Es cóncava hacia arriba y es positiva

1: ...Nooo

13: ...Si y es negativo, la concavidad va apuntando hacia acá, es que esta abriendo hacia abajo,

1: ...Ah entonces si. // //

Problema **1.3**

7: ...¿Por que yo?, dice, del siguiente grupo de gráficas elige la o las que cumplan con la condición F '(a) mayor 0; menor que 0 no?

5: ...Mayor

1: ... Explica tu respuesta,

13: ...Mayor

1: ...Mayor / no

13: ...Más bien mayor que a,

1: ... Es menor que cero

5: ...Es menor que cero, aja un número negativo

13: ...Aja // a ver, a ver

5: ...Pero eso como lo sabemos /

13: ... No debe ser menor que cero,

5: ...Acierto

13: ...No se supone que la derivada es negativa cuando va hacia abajo y entonces alcanza el punto máximo

5: ...Aja entonces tendríamos que poner

13: ...Aja aquí seria, aja, ándale, si trazas una tangente ahí

1: ... Este es negativo

7: ...Entonces sería

5: ...Esa

7: ...Está también no?

5: ...Aquí la pendiente es negativa esta abajo y su pendiente es negativa ahí en la figura 5 igual, no puede ser mayor que cero

13: ...Entonces en ese caso todas serian negativas, si no?

5: ...Si

13: ...Menos la seis, // esta tampoco, no puede ser

1: ...Aja,

13: ...Serian las que van hacia abajo

5: ... Por decir esta?

7: ...Explícame lo que esta haciendo

13: ...Se supone que cuando tienes un máximo va de positivo a negativo, no?

7: ...Aja

5: ...Cuando es negativo se supone que va la tangente hacia abajo positivo y vuelven a subir

1: ...No pero si es prima entonces se traza tangente y ya sabemos, no?

13: ...Aja

1: ...Pero para que?

5: ...Pero el punto "a", por decir aquí esta como en un punto como de inflexión no?

1: ...No, no está así, si fuera punto de inflexión seria así

13: ...Pero nada más se esta tomando la tangente, no se están tomando los puntos,/ si son de inflexión o no, solamente nada más la derivada que sea mayor que cero

1: ...Aquí nada más seria así, aquí seria positiva, aquí negativa

7: ...Seria la tres, no?

1: ...La 1,2,3,4 si , no? Aquí la podemos trazar,

5: ...Es que la puedes trazar, negativo, negativo, a pero es esta, es cuando trazamos así, porque no puedes hacer así //

7: ...Cual es la figura

13: ...La 3, yo digo que la 3

5: ...La tres? //

13: ... Pero porque? Porque su tangente es mayor de 90°

5: ...Si, si

1: ...Yo digo que las cuatro, es que por que está no? // esta si es positiva, y esta es cero

13: Es cero

7: ...Si, yo digo que las cuatro

13: ... Porque van hacia abajo?

1: ...Porque no se puede trazar otra tangente es imposible

13: ...Es la única que podemos trazar

5: ...La 3, la 2, 1 y 4

7: ...Porque la tangente es mayor de 90° // por lo tanto negativa y menores que cero //

5: ...Por decir así, algo mayor de 90°, la tangente salga por decir 95°

1: ...Es negativa

5: ...negativa

1: Menor que cero

Problema 1.4

c)

13 ...Confirma o niega las siguientes afirmaciones, la derivada de una cierta función después de un mínimo local es negativa

1: ...Si, si

5: ...Después de un mínimo local?, por decir

1: ...**No es positiva, porque primero es negativa y luego es positiva**

13: ...Si, Aquí negativa, y después positiva,

1: ...Aja,

5: ...Porque, porque le ponemos

1: ...No, no dice porque

7: ...No, no dice porque

13: ...Es importante que expliques tus respuestas, para ayudarte en cada inciso realiza un bosquejo

7: ...Hay **pues un mínimo y ya.**

13: ...Entonces le pongo, falso ya está, d) Ahora, la derivada de una función después de un punto de inflexión siempre es positiva

5: ...No siempre, o si, la derivada de que?

7: de un punto de inflexión

13: |_Después de un punto de inflexión

5: ...Siempre que

13: ...Es positiva, no, no siempre

1: ... Depende de cómo sea

5: ...Es que por decir aquí podría haber otros puntos,

13: Aja , pero

5: Y aquí puede sería negativo y aquí positivo, no, no siempre pasa. //

(...)

e)

13: ...La segunda derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva.

5: ...No tampoco, o si

13: ...Dice, la derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva.

5: ...De cual estas hablando? De la

e)

13: La segunda derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva.

1: La segunda derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva. //

5: ... Pues tampoco no siempre

13: ...Es que mira hay cóncavas hacia arriba y cóncavas hacia abajo

7: En esta como se tomaría?, como la concavidad, también?

5: no el punto de inflexión aquí esta, y si trazas tangentes

13: ...Se esta hablando de la derivada, se habla de la derivada, aquí no puede ser positiva, porque también puede ser negativa, y seria a donde esta la concavidad. // //

5: ...A lo mejor estamos mal

f)

13: ...La segunda derivada de una función alrededor de un máximo es negativa.

5: ...No, no siempre, porque seria máximo

1: Si

7: Si

13: ...Si esta un máximo acá

5: ...Pero un máximo es esté

1: ...A ver, **primero necesitamos saber** los signos de la derivada **primero es positiva y luego negativa**, entonces es negativa

5: ...A ver, la pregunta dice qué?

1: ...La misma incógnita que tenemos un punto después del máximo, y nos tiene que salir negativo

5: Pero alrededor de, seria antes y después y en medio

13: alrededor de

5: ...La segunda derivada de una función alrededor de un máximo es negativa.

1: ... La segunda derivada

13: ...Alrededor de un máximo si

5: ...Sería positiva no, porque va a bajar, iría a los valores negativos //

(...)

13: ...Es Alrededor de un máximo, se coloca el punto máximo y es alrededor del máximo

5: ...No porque sería casi

13: ...No, hay que tomar en cuenta los puntos máximos,

5: ...El punto máximo bajaría y empezaría aquí, bueno es que es la segunda derivada no?

13: ...Sería negativa // // El signo de la primera derivada en el punto x = a siempre es el mismo que el signo de la segunda derivada en dicho punto. // bueno es positivo //

5: ...Si este punto es el máximo es igual a este

1: ...Si pero,

5: ...Y la derivada sería, a pero si es máximo

13: ...No importa, cuanto vale "a", depende del valor que tenga "a" si es negativo, si es positivo, es de acuerdo al valor que tenga "a" y a la función con que se esta trabajando.

5: ...Bueno, ya esta, es falso

13: ...Falso, porque depende del valor y la función //

g)

13: La tercera derivada

5: ...Pero eso no sabemos, que onda con la tercera derivada

13: .. Entonces le ponemos

1: ...No pero si, Cual es la derivada de esta cero

5: ...Cero es una constante,

1: ...Cero entonces siempre,

7: ...Nunca se va anular //

1: ...Bueno cual es la derivada de cero

5: ...Es que cero es una Constante, no?

1: ...Entonces la derivada de una constante es cero, entonces nunca se anula, aunque cual es la derivada de 6 es cero y la tercera derivada sería cero también

13: ... Entonces se anula

1: ...No, no se anula

13: ...También depende del exponente, si fuera un exponente más pequeño entonces se anula

(...)

7: ...Si tiene 6 la derivada de 6 es cero, la derivada de cero

13: ...Cero,

7: ...Por los signos de la tercera,

13: ...No porque depende del exponente, por ejemplo aquí

7: ...Pero siempre quedaría cero, no? La tercera

1: ...Por eso si tienes una expresión, una constante, entonces sería cero, no? Funciona entonces con 6x, ó 1x, o "x" nada más, a ver pon "x"

13: ...O "x" cuadrada, entonces "x" nada más

5: ...El chiste es que no se anula, siempre va a valer cero

1: ...No se anula, entonces es falso

7: ...A ver, (...)

Problema 1.5

5: ...Hay esta está un poco más difícil

13: ...A continuación se muestra la gráfica de una función en los siguientes puntos, -1/3, 0.62, -1/4, 0.77, 0,1, 1/5, 0.85 y 1/3, 0.62

5: ...Márcalos, -1/3, .62, por ahí, 0,1, 1/5, 0.85 y 1/3, 0.62

13: ...Aja, -1/4, 0.77, es aquí, si, no?

5: ...No necesariamente necesitan estar adentro de la gráfica, o sí?

13: ...Si deben de estar sobre ella, aquí está // //

13: ...Haciendo un bosquejo analiza la forma que tiene la gráfica desde x=-1/3, x= 1/3 y desde y=0.4 hasta y =1.2

5: ...Pero se supone, que de aquí a acá

13: ... Habría que hacer otra gráfica

5: ...También esto sería y', podría ser

13: ...Una son positivas y otras negativas, o sea unas quedan hacia arriba y otras hacia abajo, aquí podría ser que la concavidad es positiva //

5: ...Pero estoque?

13: ...No, eso es el 0.4

1: ...Resulta que al evaluar la segunda derivada, se sustituye "x" y se encuentra "y"

13: ...Aja

1: ...Entonces este sería el punto 1/4,-1

13: ... De la segunda derivada?

5: ...Nada más seria en esto, / entonces no, o no, es lo que estoy diciendo que no, que no sale así, / esto no

1: ...Haciendo un bosquejo realiza la gráfica, Tienes que hacer otra gráfica

5: ...Nada más vamos a utilizar esto

13: ...Aja

1: .. .Analiza la forma que tiene -1 /3,

5: ...Esta es entonces la coordenada "y"

1: ...Ya sería asta acá arriba

13: ... Pero dice que asta 1.2, si no vamos a estar mal

5: ...Si no hasta 8

1: ...Vamos a marcar los puntos, no? / para que tan grande, nada más hubieras hecho esto de arriba, no te va a caber. //

(…) Aquí es el?

13: …1.4

1: ... 1/3 verdad?, // que sería 0.5?

5: ...Pues porque no pasa de ahí // // (...) hay que marcar 1/3 aquí, en 1.2.

1: ...1/3 es por aquí, y 1.4 es por aquí, es positivo, aquí//

7: ... Si es positivo aquí //

1: ... Si hay que marcar 1/3 /y aquí 8

7: ... No.

13: ... No es que 1.2 está arriba /

1: ... Aquí 1, 1/3 es por aquí,

7: ... Y 1.4 es por aquí

13: ..1.4? No se supone que... / tenemos que llegar a 1.2 no? /

1: Pero para que la hacemos si ya la tenemos //

Bueno primero hay que hacer está gráfica y luego vemos esto, sería 1/4, - 1/4 por aquí, 3.95, 0 , 8 aquí es 8

13 ...3, 4, 5, 6,

7: ...1, 2, 3, 4, 5, 6, (...) faltaron dos

5: .. Se esta tomando esto como valores "y"

7: ... Sí

5: ... Pero no sería, apoco cuando sacas las coordenadas sacas la segunda derivada

13: No, se saca con la ecuación original

1: Pero es que aquí dice resulta que al evaluar la segunda derivada

5: ... Pero hay esta dando la concavidad, no?

13: ... Si es cierto

1: ... Hay entonces que?

5: ... 1/3 si es negativa? Quedaría -.1 cóncava hacia abajo, sí no?

// (...)

13: ... Esto de donde sale?

5: ... Se supone que te da estos como limite, de 0.4 hasta 1.2 no?

7: ... Haciendo un bosquejo, de que? De esto? /

1: ... Pero entonces cual es en "y" //

13: ... Porque debemos graficar los valores de "x"

5: ...No, hacemos esto, es que vamos a hacer otra vez esto, de cómo va a ir la gráfica

// como sabes cual es de y

13: ... Es que más bien aquí podría ser este negativo

5: ... 0.4 a 1.2 //

1: ...Aquí es 1/3

7: ... No aquí, es desde aquí hasta 8 / (…)

Resulta que al evaluar la segunda derivada en "x" se encuentra "y", al evaluarla se encuentra "y"

1: ... Entonces tenemos que marcarlo, nada más. //

13: ... De 0.4 hasta 1.2

7: ... O sea tenemos que ver como es de diferente //

5: ... Pero "y^{11} es igual a 1.2 13: ... Solamente que (. . .) //

1: ... Pero de donde vas a hacer el bosquejo, seria copia entonces

5: ... Pero nada más sería en estos puntos, esto ya no

7: ... Aja, tenemos que *graficar esto para* ver como es de diferente la gráfica

13: ... Con la segunda derivada

5: ... Pero no hay la función, entonces como se hace

1: ... No hay pero aquí ya nos dieron estos valores / si o no?

Tenemos que graficar

13: ... Pero esta poniendo un limite, entonces no puedes tomar en cuenta los valores de aquí porque no esta de acuerdo a lo que dice aquí //

5: ... Mejor vamos a ponerle falso a esto // *(. . .)* *II* es como yo decía 1/3 a -1/3 , va por aquí no? Algo así, pero ya sabía yo que era así.

Problema 1.6

13: ... Dibuja una parte de la gráfica que cumpla con la condición f" (x)>0 para toda "x" en un intervalo de "a" a "b" //

7: ... Mayor que cero para toda "x" en un intervalo de "a" a "b"

1: ... Una concavidad hacia arriba

5: ... Dibuja la gráfica como sea ahí va a ser como cada quien quiera//

1: ... Nada más el intervalo

13: De "a" a "b" que sea mayor que cero

5: ...*Hacia arriba o hacia abajo II* ya esta

13: ...Hacia arriba

7: Ya, si, explica tú respuesta

5: Que es cóncava hacia arriba

13: No hacia abajo, cóncava hacia abajo, hacía abajo

1: ... Hacia arriba

7: ... Hacia arriba

5: ... La concavidad es la que viene así, por arriba, trazas tu línea si la golpeas por abajo es cóncava hacia arriba

13: ...Porque es cóncava hacia arriba

5: No, es que la segunda derivada es mayor que cero, o sea positiva//

13: Es mayor que cero

5: ... Aja

13: ... O sea cóncava hacia arriba. // //

Problema 1.7

5: ... Está esta difícil

1: ...Del siguiente grupo de gráficas elige la o las que cumplan con la condición f" (a) > 0

13: ... Entonces cóncava hacia arriba

7: ...Aja

1: ...Aja

13: ... si, sería la 2, la 3 y ya.

5: ...Aja, la 2 y la 3

1: ...Aja, 2 y 3 // //

Problema 1.8

7: ...A continuación se presentan varias gráficas, como es el signo de f '. 1 antes y después de "a"

5: ...antes es negativo

13: U Negativo, positivo, antes de "a"

1: ...de f' es positiva

13: ...Ha si es cierto, si positiva y negativo después

5: ...Primero positiva y después negativa //

7: ...Es positiva y luego negativa?

13: ...Aja, y en ia segunda derivada igual

7: ... En la segunda igual?

5: ...No, todo es positivo aquí no,

13: ...No pero se supone que es la segunda derivada de fi

7: ...Hay que explicaría,

13: ...Antes del punto "a" la tangente es menor de 90° y después es mayor de 90°

1: ..."a" es un máximo aquí

13: ...No pero "a" es un punto critico /

5: ...Un máximo o un mínimo, pero antes de ese punto //

7: ...Cual es el signo de f'' antes y después de "a"

13: ...Sería positiva antes y después, también no?

5: ...Donde,

1: ...Es negativo, porque es concavidad hacia abajo

13: ...De cual hablan de la primera o de la segunda

5: ...De la bi prima

1: ...Por eso entonces es negativa

5: ...Negativa si es cóncava hacia abajo

13: ...Pero se toma como antes y después

1: ...Por eso entonces es negativa

5: ...Porque antes, aquí donde sea aquí nada más se esta tomando el punto de inflexión, que es una concavidad hacia abajo

13: ...Hacia abajo

5: ...Si, si es negativa si, si

7: ...Negativa,// porque es cóncava hacia abajo
Como es el signo de f 2

13: ...Sería positivo y después igual positivo

1: ...Si positivo y positivo

13: ...Positivo en las dos partes // (...)

7: ...Cual es el signo de f'' $_2$ antes y después de "b"

13: ...Antes Sería negativo y después positivo

5: ...Antes de "b" Sería negativo y después positivo //

13: ...Es que antes es cóncava hacia abajo, es negativo

7: ...Entonces antes de "b" es negativo y después positivo por la concavidad. Es la misma nada más

f' antes y después de "c"

1: f' antes y después de "c" ? antes negativa y después igual, antes y después negativa //

7: ...Antes y después negativa, negativa

13: …Viene de un mínimo, aquí sería mínimo

5: ...No pero lo tomas de este punto para abajo

13: …No porque no sube /

1: ...Nada más traza las tangente y ya, negativo, negativo.

5: ...Si es negativo los dos.

7: ...Si porque el ángulo de la tangente mayor de 90° // va de nuevo, ya saben

1: ...Primero es positiva y después negativa

5: ...Primero es positiva y después negativa

7: ...Primero es positiva y después negativa // ya la que sigue //

5: ...Positiva, todo positivo

7: ...Antes de "d" positivo y después positivo //

Problema 1.9

13: ...Confirma o niega la siguiente afirmación si una función cumple con la condición de f' (a)>0 entonces también cumple con la condición f"(a)> 0?

5: ... Como, como?

13: ...Si una función cumple con la condición de f' (a) > 0 entonces también cumple con la condición f'' (a) > 0 ?

5: …A ver

1: ...Depende de la función

5: ...No, fíjate, que no vez que eran todas negativas si cambiaban de concavidad

1: ...Si una función cumple con la condición de f' (a) > 0 / entonces también cumple con la condición f'' (a) > 0 ?

Si, si tomamos la gráfica, // no, sería así, trabajamos con concavidades negativas, ha pero

13: ... No claro que no, la segunda derivada

1: ... Por eso en la segunda derivada trabajaríamos con la concavidad

5: ...La primera sería positiva y la segunda negativa, entonces no puede ser mayor que cero

13: ...o sea no necesariamente las dos mayor

5: ...La primera sería positiva y la segunda negativa,

1: ...No, depende no?

5: ...Del valor de "a" pero si "a" es positiva, la segunda sería negativa.

13: ...Falso, depende, de acuerdo a la función. // (...)

Problema III1

5: ...A continuación se muestran unas tablas que contiene la tabulación de dos funciones / Nota es importante que observes que la tabla derecha es la continuación de la tabla izquierda, Cual de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x = -0.50?

13: -0.50? // son iguales no

7: ... Son iguales //

5: ... Cual de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x=-0.25?

7: ... También igual

5: ... Explica, tu respuesta

13: ... Aquí esta la tabla, aquí esta la tabla //

1: ... f_2 es mayor, tiene un valor más grande //

7: ...Explica

5: ... Si los gráficas, queda, como puntos de cambio no? /

13: ... No son las derivadas

5: ... Porque mira aquí están aumentando pero llegan aquí y aumentan otra vez /

1: ... Pero son iguales

13: ... No estamos viendo ni máximos no mínimos

1: ... Nos esta presentando una tabla de valores y los valores son iguales, o no?

13 ...Ándale

7: ... Si, no?

5: ... Pues sí //

//

Cambio de cassette.

Problema II.2

(...)

5: ... Bosqueja una parte de las gráficas / de dos funciones, tales que cumplan / f' (a) > g ' (a).

13: ... > g ' (a), / en derivada

1: ... Ponías juntas donde / "g" sea negativa, "g" sea **negativa** y ya. // (...)

5: ... f' puede ser, un máximo o un mínimo

1: ... Nada más un máximo no?, acá sería negativo y acá positivo

5: ... Pero sería mayor

1: ... Y f' (a) sería mayor que //

13: ... Esto por acá

5: ... Pero cuando x =a

1: ... Si, si, si no? // pero es f y g

7: ... Si es f, g

13: ... es f y g de "a"

5: ... Pero eso no es f(a), aquí eso sería f(a) y f de g, entonces aquí sería "a" y por aquí sería f(a) y aquí f(g); Si.

13: ... Si porque sería un valor máximo /

(...)

1: ... Por que de ese lado

13: ... Si porque son y

1: ...f' así //

13: …Ya está no?

5: ...Ya.

Problema II3

5: ... A continuación se muestran las gráficas de varias funciones.
Todas se interceptan en un mismo punto, decide cuál de ellas tiene derivada mayor en el punto x=1.

7: ... Derivada mayor, / ninguna

1: ... Aja, todas serían cero,

13: ...Cero?

1: ... A no, derivada mayor?, entonces hay que trazar tangentes, / sería "A" no?

7: ...Tangentes // (...) A continuación se muestra la

13: ... Pero no se puede

1: ...Como no, **si se puede**, a menos que fuera punto de inflexión no

5: ... Es que se interceptan todas en un mismo punto

13: ... Pero pasan todas por ahí,

1: ...Bueno haz gráficas separadas y traza la tangente

5: Bueno pero antes, todo lo quieren resolver con tangentes

7: ... A continuación se / muestran las gráficas de varias funciones.

1: ... Todas se interceptan en un mismo punto, decide **cuál de ellas tiene derivada mayor** en el punto

5: ... En el punto

1: ...Por eso tracen una tangente

5: ...Pero es que todas son iguales aquí, porque aquí se interceptan

7: ...Pero si trazas tangentes no son iguales y la derivada es la tangente.

1: …Si trazamos así, ¿cuál tiene mayor?

13: ...Pues la mayor sería "A" // (...) Bueno yo opino que "A" es la que tiene el ángulo mayor

5: ... Si, pero todas están aquí en el punto " x", y x =1
(...) / En el punto "A"? / ¿Por que en el Punto "A"?

13: ...Es que si trazas la tangente con respecto a esta línea el ángulo mayor queda / acá.

5: ...Sería la gráfica, no?

1: ...Pero no sería el ángulo, sería el valor del ángulo no?

5: ...Porque tiene el menor ángulo?

1: ...mayor ángulo

7: ...Si mayor //

5: ...No, pero si tiene menor ángulo es mayor no, porque se acercaría menos a cero

13: ...Cuando es mayor de 90° es negativo

5: ...Es menor de 90° // (...) Es que no podemos saber el ángulo, es menor de 90°

13: ...Por eso positivo, aquí desde donde lo estas tomando?

1: ...Cuando tenemos un ángulo más grande, el más chico, el más grande tendría mayor lado?

5: ...No, el ángulo más pequeño, es el ángulo de inclinación

1: ...O el ángulo más pequeño

13: ...Tangente de 75°, 75 tangente, / ahí esta ira 3.732

5: ...Si, si se acerca más a 90° quiere decir que tiende a ser negativo no? Tiende a ser

13: ... Aja pasando de 90° van a ser valores negativos /

5: ... 95° tan, 75° tan, ahí está, más o menos de 75°

13: ... Entonces que

5: ... Sería mayor, el de menor ángulo es ese

1: ... No, Por decir si calculamos este, cuanto es este 20°?

5: ... Más o menos, a ver 30°

1: ...3.7, por decir el otro 45°/ es 1

5: ... Tendería a ser menor

1: ... Si entonces el mayor sería A

13: ... Si porque 89° sería este, ya 90° se hace cero y de ahí son negativos

5: ...Entonces sería C?

1: ...No, A

13: ...Es A porque va subiendo, y al llegar a 90° ahí ya no porque empieza a bajar

5: El A? / porqué?

1: ...Ya te dijimos, por decir este es 20° es 0. // , de 45° es 1 y de 75° ya es 3.7

13: ...Porque el valor del ánguio es mayor que / las otras dos gráficas pero menor / de 90° //

Problema II.4

1: ... De la siguiente figura contesta la siguiente pregunta

¿f'(b)>F'(a)?

7: ...¿f'(b)>F'(a)?// (...)

1: ... Falso, no?

13: ... Si, es falso // porque este es mayor //

5: ... A ver a ver cuál fue la pregunta

1: ... "a" es mayor // (...)

5: ... Mayor? (...)

1: ... "b" es menor, no?

5: ... Si es menor

1: ...Por eso no? // por la tangente (...)

7: ... Porque el ángulo de "a" es mayor que "b" // (...)

Problema II.5 a

7: ...Supongamos que la función f (x) es un polinomio. Se sabe que tiene como puntos críticos -1, 1, 2, y 3, además cumple con $f''(-1) = 0$ y $f''(1) > 0$, $f''(2) < 0$ y $f''(3) = 0$. Haz un bosquejo con todo detalle posible a partir de esta información. //

1: ...Puntos críticos?, no serían valores críticos?

5: ...Pues si yo le entiendo así /

13: ...Porque los valores // (...)

5: ...A ver de -1 hasta aquí, llegaría a cero, aquí

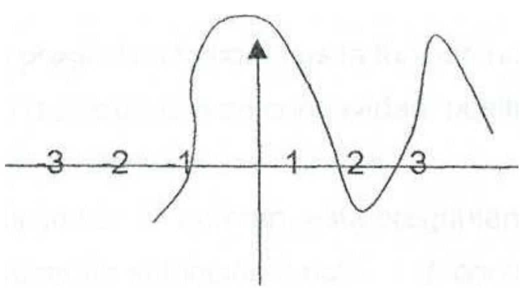
13: ...Sería cóncava hacia arriba, de 1 es cóncava hacia arriba

5: ...Depende de acá, llegaría así

13: ...1>0 sería hacia arriba, luego sería menor, sería así, el primero como esta en cero llega aquí,

7: ...Sube y vuelve a bajar, y queda cero, fin.

5: ...Aja // (…)



Problema II.5 b

13: ...A partir del bosquejo hecho en el problema II.5a

5: ... Mira esté es el problema // pero como es el intervalo (-1 >1)

7: ...-1

13: ... Es cóncava hacia abajo

1: ...Pero como dice / ¿Cómo es la función en el intervalo (-1,1)

7: ...¿como es la función en el intervalo (-1,1)

1: ...Es una función? Y aquí hablamos de un polinomio?

13: ...No tiene que ver si es parábola y eso de cuando es parábola y eso?, no verdad.

5: ...A ver a ver que pregunta son, ¿Cómo es la función en el intervalo (-1,1)

13: ...Negativa, positiva..

1: ...No dice signo, dice función

7: ...Aja, función, bueno

5: ...La función sería /

1: ...Polinomio? / Aquí sería una función con un limite determinada, sería aquí un polinomio? O que?

7: ...No

1: ...Cuando tenemos / como es una función, un binomio, o un monomio

5: ...Pues la función, o sea la función

13: ...Pero que forma signo o, aquí a que se refiere más o menos, o sea esta preguntando como es la función no dice si signo o que

7: ...En que signos o en concavidad, positiva, negativa

1: ...aja en signos o concavidad

13: ...Escomo / quieran, esta preguntando en general

5: ... Como en el función 2 no? / cóncava

7: ... Hacia abajo

1: ...cóncava hacia abajo, hay un máximo, / si no?

5: ...Cóncava hacia abajo

7: ...Es hacia abajo

1: ...Hay un máximo, es cóncava hacia abajo

13: ...De acuerdo a la concavidad, es negativa, o sea hacia abajo, es negativa //

5: ...Como es la función / en el intervalo (1,2)?

/ cóncava hacia arriba /

13: ... cóncava hacia arriba es positiva, después (2,3) cóncava hacia abajo, / negativa /

(...) Luego como es la derivada de la función en el intervalo (-1,1)

5: ... Primero positivo y después negativo

13: ... Antes de cero, positiva y después de cero negativa

5: ... Y después negativa /

13: ... De acuerdo a la forma que tiene la gráfica de la función ¿Cual es el signo e la segunda derivada alrededor de x=2 ? /

1: ... Sería como un punto de inflexión, no?

5: ...A cero

7: …Cero

1: …No

5: …Si

7: ...Si /

1: ... Cero si es punto de inflexión

5: ... Pues este lo tomas como punto de inflexión

7: ... Cero, a ver ponle cero si es punto de inflexión /

5: ... No, más bien punto de inflexión es cero //

¿Cuál es el signo de la segunda derivada?

13: ... ¿De cual?

1: ... Si, por que si es punto de inflexión así, la tangente sería cero.

5: ... O sería igual negativa, no?

1: ... Aquí si es punto de inflexión la tangente se traza así, y es cero

// (...)

5: ... Es que, ¿Que tal si trazamos una tangente?

(...) //

Problema 11.6

1: ... Haz un bosquejo de las gráficas tales que cumplan con la condición *f "(a)* > *g"{a).* trazar una concavidad, no, con punto de inflexión

7: ... O de la concavidad

5: ... Y la tangente //

1: ... Por punto de inflexión

13: ... O sea hago una, un máximo

1: ... Aja, un máximo y un mínimo //

13: ...De aquí para acá,

1: ... *f* "(a) > , acá sería f, positiva //

13: ... Y este sería *f(g)*

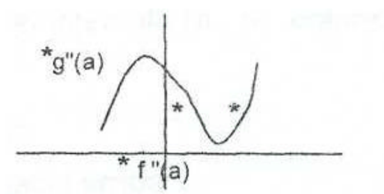
1: ... Y por que ffoj? De "a" no?

5: ... Acá esta *f(a)*

13: ... Si porque este es menor

1: ... Y por que *f(g)* , *g* sería otra función, No?

13: ... Sería *g "(a),*



1: ...*g(a),* no?

5: ...*g(a)7*

7: ... Sí,

13 ... Falta otra, es *f(a) y g(a)*

5: ... Hay que sí

1: ... Es como si fuera un valor critico, no?//

1: ... No, ya así, ya, / si no nos vamos a tardar

Problema 11.7

13: ...Confirma o niega las siguientes afirmaciones:

Sean dos funciones *f* y *g* que cumplan con la condición

f '(a) < g'(a) entonces cumple la condición *f"(a)* < *g* "(a).

7: ...que cumplan con la condición *f'(&)* < *g'{a)* entonces cumple la condición f"(a) < *g* "(a).

13: ...O sea que la primera derivada y la segunda son iguales

5: ...Claro que no / No podemos negar lo que ya hicimos desde atrás /

13: ... No porque puedes tener una f '(a)

1: ...A ver (...) *f'(a)* < *I* y **f** '(a) <, / no, falso

5: ...Es falso, te estoy diciendo

13: ...Si por que es para acá sería positiva y la concavidad es negativa / **es falso** / Sean dos funciones que cumplen con las condiciones *f* '(x) > g'(x), hay esto como se haría

1: ...Eso si nos lo enseño, pero

5: ...Es cuando este valor //

7: ...*r*(x) > g'(x) /

13: Para todo valor de "x" en el intervalo (a, b) entonces cumple con la condición f'(x) > g" (x).

5: ...Ahora haz otra grafiquita

1: ... sería una concavidad hacia arriba

5: O sea *f* debe de ser mayor que *g* y *g* debe de ser mayor que cero /

13: ...Entonces como?

7: ...Como Así

5: ...A pero esto no tiene nada de "x"

1: ...Entonces la concavidad es hacia arriba, positiva y la tangente / es negativa

5: ...Negativa?

1: ... Si, no? negativa

7: ... Si /

1: ... Pero si hacemos otra / así

5: ... abajo

1: ... No, así, / por eso así, positiva con concavidad hacia arriba //
(...)

13: ... Ya quedo bien

1: ... Pues ese es, / para todo valor en "x" ponle porque si trazamos la tangente es negativa //

7: ... Entonces cumple con la condición? //

13: ... No, porque sería mayor que

7: ... Dos funciones

1: ... No, no aquí no tenia que ver nada con la concavidad

5: ... Pero aquí sí

13: ... Abajo indica la concavidad, arriba no/
Si esta bien, esta bien es hacia arriba, mayor

5: ... Si esta bien porque es hacia arriba

1: ... Pero se supone que esta es una función, sería está, y tendríamos que trazar otra?

5: ...Hay ponle una tangente, / nada más //

13: ...Esta gráfica es una función, tendría que haber otra función para haber otra gráfica // no? / o podríamos hacerla igual, pero el chiste es que ..

5: ... Por que otra gráfica

1: ... Porque una función es una gráfica / (...) // bueno el chiste es de si se cumple o no/

13: ... Las dos son mayores de cero, / arriba

7: ...Aja

13: ... Entonces, si se cumple

5: ... Abajo dice que la segunda derivada es mayor que la otra segunda derivada, la primera si lo cumple

1: ... Pero si tuviéramos una concavidad hacia abajo, también sería positiva / a no, // también sería si tuviéramos una concavidad hacia abajo //

7: ... Entonces aquí sería negativo y aquí sería positivo

1: ... No se puede, / aquí el ángulo es positivo //

7: ... No, no se puede

5: ... Es falso, no se puede y ya //

1: …Es falso // explícame por que

5: ... Dije que no se puede y ya. /

1: ... Sean dos funciones que cumplen con las condiciones mayores que cero, aquí sería f > g y ambas mayor que cero, está sería *f* y está sería g, para todo el valor en "x" /

5: ... Este es el intervalo entonces se cumple

1: ... Entonces se cumple / no, no se puede cumplir //

13: ... Es que tiene que haber un cambio

5: ... Ponle que no // (...)

Inició 17:15 hrs., Finalizan 19:05 hrs.

Anexo *II*

TRASCRIPCIÓN DE LA PARTICIPACIÓN GRUPAL.

Escuela: Preparatoria No. Uno de la U.A.E.H.

INSTITUCIONALIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO.

Situación I

Inicio: 12:00

Problema 1.1

Conductor: ... Ya tienen una respuesta en cada problema, cada equipo va a pasar a exponer sus respuestas, si las tres respuestas son iguales, o existe alguna diferencia aquí las van a discutir para obtener una conclusión general, esa conclusión la van a anotar por equipo, es el acuerdo general del grupo, en dado caso de que no se llegue a un acuerdo, yo explicare, creo que si se va a llegar a la conclusión. Entonces el equipo 1, ya calculó la primera derivada y la segunda derivada, y evalúa en -1 y 1 y contesta las preguntas

Equipo 1 ... Tienen el mismo signo la primera derivada en el valor de -1 / tiene el mismo signo en la primera derivada y en la segunda derivada

Conductor: ... Si es lo mismo en la hoja que habían puesto, van a escribir que es igual, nada más colocan que no hubo cambios, ¿Este equipo cambia su respuesta a estas preguntas?

Equipo 2: ... No, no cambian, es igual

Conductor: ... Y ustedes

Equipo 3: ... Es igual

Conductor: ... Aquí no hay duda, / (...)

Problema 1.2

Conductor: ... A ver la respuesta de la pregunta 2, vamos a ir contestando cada pregunta / / El equipo 1 en la primer pregunta que dice, ¿Cual es el signo de la primera derivada en el punto A?

Equipo 1: ... Positivo

Conductor: ... ¿Porqué positivo? / Ustedes

Equipo 2: ... Positivo

Equipo 3: ... Positivo

Conductor: ... ¿Por qué positivo?

Equipo 1: ... Porque si se traza una tangente su ángulo sería menor de 90°

Conductor: ... ¿Es positivo?

Equipo 2: ... Si

Equipo 3: ... Si, por lo mismo

Conductor: ... En la pregunta 2 ¿Cual es el signo de la primera derivada en el punto B?

Equipo 1: ... Negativo

Equipo 2: ...Negativo

Equipo 3: ... Negativo, por lo contrario

Conductor: ... Negativo. ¿Por qué negativo?

Equipo 1: ... Por que si se traza una tangente, la tangente queda más de 180°, - de 90° — y el ángulo es mayor, es negativo

Equipo2: ... A más de 90°

Equipo 3: ... Es negativo, más de 90°

Conductor: ...En la pregunta 3, ¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto A?

Equipo 1: ...Negativo

Equipo 2: ...Negativo

Equipo 3: ... Negativo

Conductor: ... Negativo. ¿Por qué es negativo?

Equipo 2: ... Porque es cóncava hacia abajo

Equipo 1: ... Es cóncava hacia abajo

Equipo 3: ... Cóncava hacía abajo

Conductor: ... Es cóncava hacia abajo. Pregunta 4 ¿Cuál es el signo de la segunda derivada en el punto B?

Equipo 2: ... Positivo

Equipo 1: ... Pero en este punto cambia, no?

Equipo 3: ...es punto de inflexión

Conductor: ... Puede haber un punto de inflexión, pero esta un poco más arriba del punto de inflexión, el punto está un poco más arriba del punto de inflexión

Equipo 1: ... Positivo

Equipo 2: ...Positivo

Equipo 3: ...Positivo

Equipo 1: ... Si es punto de inflexión es cero, aja, pero si no, es positivo

Conductor: ... Ustedes

Equipo 2: ... Positivo

Equipo 3: ... Positivo

Conductor: ... En el punto B, observen el punto B esta un poquito más hacia acá / a ver vamos a ver, seria positivo por:

Equipo 3: ... Si es cóncava hacia arriba

Equipo 1: ... Es positivo porque es cóncava hacia arriba

Conductor: ... Como que el punto de inflexión esta más en -3 // ustedes vean el ejercicio y vean donde esta el punto de inflexión

//

Equipo 2: ... Es negativo /

Equipo 3: ... Está en el punto B no, y esta en el tercer cuadrante negativo, no, porque es cóncava hacia arriba positivo

Equipo 1: ... sería negativo

Conductor: ...Negativo ¿Por qué negativo?

Equipo 3: ... Por estar en el tercer cuadrante

Conductor: ... ¿Por estar en el tercer cuadrante?

Equipo 1: ... No, es la segunda derivada

Equipo 3: ... Es negativo, es la segunda derivada en el punto B, más no el punto no, el cuadrante no tiene nada que ver, la segunda derivada en el punto B, entonces sería negativo porque es cóncava hacia abajo, porque está en la parte de cóncava hacia abajo, o esta en la parte de cóncava hacía arriba, es lo que no se ve, // porque esta antes del punto de inflexión y es cóncava hacia abajo, entonces sí es negativo

Conductor: Entonces escriban su conclusión general en esta pregunta, si un inciso cambia y por que cambio, en que quedaron

Equipo 1: ... Pero no tenemos la función

Conductor: ... No esta la función algebraica. Pero está la gráfica en donde se ve el comportamiento de la función, ¿El equipo 3 dice que es? /

Equipo 3: ... Es negativo

Equipo 1: ... Negativo

Equipo 3: ... ¿Pero negativo por que? ...porque este punto esta más arriba del punto de inflexión y esta más abajo, había pensado que era un punto de inflexión y es positivo porque es cóncavo hacia arriba, pero si el punto de inflexión esta antes forma parte de la concavidad hacia abajo, entonces la respuesta es negativo, si **es negativo.**

Equipo 1: ...negativo

Equipo 2: ...Cambia a negativo, se había considerado como punto de inflexión.

Problema 1.3

Conductor: ... El problema 3 dice del siguiente grupo de gráficas elige la que cumpla la condición donde la primer derivada sea menor que cero. //

Equipo 1: ... La tangente

Conductor: ...¿Que número de figuras son?

Equipo 1: 1,2,3 y la 4

Conductor: ... Ustedes dicen que esas figuras representan la primera derivada menor que cero, ¿Por qué?

Equipo 1: / porque la tangente es el ángulo de inclinación es mayor de 90°, el ángulo es negativo

Conductor: ...¿Ustedes que contestaron?

Equipo 2: ...2, 3. Y 5 porque la primer derivada también podría ser la coordenada "y"

Equipo 3: ...La 5

Conductor: ...2, 3 y 5, la 5 explican como, ¿por que? //

Equipo 2: ... El valor de la derivada también puede ser el valor de la coordenada "y",

Conductor: ... ¿El valor de la primer derivada también puede ser el valor de la coordenada "y"? ¿Ustedes que opinan?

Equipo 1: No

Equipo 3: Si:

Conductor: ... ¿Entonces el valor de la primer derivada es el valor de "y" ? / ¿Que es lo que les esta diciendo la primer derivada?

Equipo 1: ... el valor de la pendiente (...)

Conductor: ...A ver esto es y' la primer derivada, en ia figura 2 y 3 están de acuerdo el equipo 1 y 2, en la figura 5 el equipo 2 y 3, empiecen a ponerse de acuerdo cual es la respuesta correcta.

Equipo 1: ...Es que nosotros tomamos a "y' " como la pendiente y en la 5 si trazamos la pendiente esta es una tangente positiva.

Conductor: ...Ustedes que piensan // (...)

Equipo 3: ... "a" esta con signo positivo por eso la "a" toma valor positivo, en función de "a" positivo, si tuviera un signo tomaríamos un signo negativo en la "a" tomaríamos las figuras 2 y 3 pero es función de "a" o sea "a" positivo // //. (...)

Conductor: ...Entonces la respuesta del equipo 2 ¿Cuál es?

Equipo 2: ... 2, 3 y 5

Conductor: 2, 3 y 5. Porque todos los valores de y son negativos. Ustedes que figuras eligieron

Equipo 3: ...La 5 nada más

Conductor: ... Nada más la 5. Entonces a que acuerdo llegaron //

Equipo 3: ... Todos estamos de acuerdo en que la 6 no / a ver vamos a basarnos en la tangente, a ver que figuras son, tiene que ser así, la tangente mayor de 90° es negativa y ellos dicen que menor de 90° es positivo, si nos basamos en la tangente entonces las otras son negativas //

... Bueno es que llegamos a un acuerdo que si la tomamos por la tangente ellas tienen razón en la 1 la 2 la 3 la 4 y la 5 no va, hasta la 4 // pero si lo tomamos como "y" /

Equipo 2: ... Pero "a" puede ser un valor cualquiera no precisamente "a" es la función,/ (...) pero la tangente si tiene que ver o no? Por que si trazas la tangente es el signo de la primera derivada, si, si entonces la trazamos debe ser menos de 90°, no? Si trazas es mayor de 90° y es negativo

//

Equipo 1: Es que se están basando en los cuadrantes

Equipo 3: No en los cuadrantes no, si no que // figura 5 porque *f '(a) I* baja aquí esta negativo, si lo tomamos así como tangente ellos tienen razón, que es la primer derivada y es lo que estamos evaluando, *f '(a)* es la primer derivada y "a" es un punto, pero entonces escribir *f(x)* es igual que escribir "y" y *f(a)* es también como si escribiéramos "y[11] //

Conductor: Después de haber discutido me pueden decir cuáles son la ó las figuras que tienen primera derivada negativa

Equipo 1: Las primeras cuatro

Equipo 2: La 5, no la 5 no. Las primeras cuatro

Equipo 3: definitivamente sí, las primeras cuatro, por que sí trazamos las tangentes.

Equipo 1: Ganamos. // //

Conductor: Anotan si cambio el criterio y la conclusión en sus hojas. //

Problema 1.4

Conductor: Pasamos al siguiente problema el inciso c) dice: ¿La derivada de una cierta función después de un mínimo local es negativo?

Equipo 1: ... Falso

Equipo 2: ... Verdadero

Equipo 3: ... Falso, Falso

Conductor: ... Van a decir por que falso o porque verdadero

Equipo 2: ... Si es un mínimo / para que sea mínimo debe ser de positivo a negativo /

Conductor: ¿La derivada de una cierta función después de un mínimo local es negativa?

Equipo 1: después de un mínimo ya no baja más falso

Equipo 3: falso

Equipo 2: Sí es un mínimo cambia de + a - es un mínimo

Equipo 1: ...Porque es cóncava hacía arriba

Equipo 2: ...ya no, porque decíamos que va de " + a -", pero no, es de "-a +"

Conductor: Están de acuerdo ya, ¿La derivada después de un mínimo local siempre es positiva?

Equipo 1: Falso

Equipo 2: Falso

Equipo 3: Falso

Conductor: ¿La derivada de una función después de un punto de inflexión siempre es positiva?

Equipo 1: falso

Equipo 2: falso

Equipo 3: Falso

Conductor: ... Ustedes ¿Por qué falso?

Equipo 2: Porque no siempre va ha ser positiva porque puede cambiar dependiendo si va a cambiar de negativo a positivo si es un punto de inflexión /

Equipo 3: Puede ser verdadero, pero no siempre pues.

Equipo 1: Lo que pasa es que en los puntos de inflexión puede ser cóncava hacia arriba o hacia abajo

Equipo 3: La derivada de una función después de un punto de inflexión puede ser cóncava hacia arriba o hacia abajo, bueno, puede ser positiva, pero no siempre por lo tanto la respuesta es falsa por que aquí dice que siempre, pero no porque puede ser positivo o negativo.

Equipo 1: ...bueno pero ahora estamos hablando de la primer derivada, no, sí, habla de los puntos de inflexión

Equipo 3: De la segunda, de la primera

Equipo 1: ...Habla de los puntos de inflexión // es la primer derivada // (...)

Conductor: Por ejemplo, aquí hay un punto de inflexión, alrededor de este punto como sería la primer derivada antes del punto y después del punto de inflexión.

Equipo 3: ...Primero negativa y después positiva

Equipo 1: ... Si / positiva

Equipo 2: ... Negativa

Conductor: ... antes

Equipos: ... negativa, si la primer derivada

Conductor: …Y después

Equipos ... negativa, porque es la primer derivada

Conductor: ... Entonces aquí se cumple que la primer derivada antes y después de un punto de inflexión es negativa y después es negativa, en este otro caso la primer derivada es:

Equipos: positiva

Conductor: …¿y después es?

Equipos: positiva

Conductor: ¿Entonces la derivada de una función siempre es positiva?

Equipos: Falso.

Conductor: Ahora, ¿La segunda derivada de una función alrededor de un punto de inflexión es positiva?

Equipo 1: Es falso / porque depende de la concavidad

Equipo 2: Es falso porque puede ser negativa

Equipo 3: Es falso, dice alrededor

Conductor: La siguiente pregunta es: ¿La segunda derivada de una función alrededor de un máximo es negativa?

Equipo 2: Si

Equipo 1: Cierto

Equipo 3: Falso, porque primero es negativa y luego positiva

Conductor: Alrededor de un máximo

Equipo 2: Alrededor de un máximo, es cóncava hacia abajo es la segunda derivada y es cóncava hacía abajo.

Equipo 3: Pero la segunda derivada, a sí, porque es la segunda derivada y se toma en cuenta la concavidad

Conductor: Su acuerdo es cierto entonces

Equipos: Cierto

Conductor: La siguiente pregunta: ¿El signo de la primer derivada en el punto x =a siempre es el mismo que el signo de la segunda derivada en dicho punto? /

Equipo 1: Falso

Equipo 2: Falso

Equipo 3: Falso, cierto

Conductor: Quién explica ¿Por qué?

// (–)

Equipo 2: Si mira porque aquí / "a" es cualquier valor, entonces obtenemos la primer derivada de cualquier función y la segunda derivada de la misma función, entonces al evaluar en -1 es positivo y con -1 es negativo

Equipos 1 y 2: Falso

Equipo 3: Falso de acuerdo a la función, falso, /

Conductor: ¿Falso porque?

Equipo 3: El signo de la primer derivada en el punto x =*a* siempre es el mismo que el signo de la segunda derivada en dicho punto. Si es cierto, porque el signo de la primer derivada en el punto x =a siempre es el mismo que el signo de la segunda derivada en dicho punto, aquí se supone que este es "a" , no " -a " y este es positivo y acá también esta y es positivo, / no pero ya explicaron, tienen razón ellos, es falso, corrigiendo el error

Conductor: Entonces el acuerdo es:

Equipo 3: Falso, ¿falso porque por que? ¿Pero porque? . . . / no oímos, porque? //

Equipo 1: Tenemos un punto "a" en donde la primer derivada es positiva, porque el ángulo es menor de 90° y la concavidad es la segunda derivada sería menor porque es cóncava hacia abajo, y aquí igual, la primer derivada sería negativa y la segunda derivada positiva //

Equipo 3: Pero del lado de acá la derivada seria positiva también / y entonces si sería positiva

Conductor: Continuamos con el inciso h) La tercer derivada de una función siempre se anula?

Equipo 1: Desconocemos el tema

Conductor: Ustedes

Equipo 2: no sabemos

Equipo 3: ¿En cual?

Conductor: En el inciso h)

Equipo 3: / Falso, habíamos puesto un ejemplo no?

Conductor: ¿Falso por qué?

Equipo 3: Desconocemos el tema pero suponemos que es falso //

Es más hasta aquí dice, desconocemos el tema pero si tomamos que y''' de la derivada de y'' = 6x, es 6 tiene un valor por lo tanto no se anula y entre paréntesis le pusimos falso. /

Equipo 1: No se anula porque de la función saque la primer derivada, después la segunda y de esta la tercera

Equipo 3: Entonces tenemos un valor

Conductor: ¿Entonces están de acuerdo que no siempre se anula?

Equipo 1: No, no siempre //

Equipo 3: No siempre

Problema 1.5

Conductor: Haber, el equipo 3, el siguiente problema dice: A continuación se muestra la gráfica de la función y nos dan unos puntos para que ustedes los localicen en la gráfica / y da los valores, evalúa la función en ciertos valores y da los valores de esa función, nos da los valores de la segunda derivada, después dice que hagan un bosquejo analizando la forma que tiene la gráfica en el intervalo de -1/3 hasta 1/3 eso en "x" y en "y" sería desde 0.4 hasta 1.2 . ¿Ustedes que hicieron aquí?

Equipo 3: . . . te ayudamos desde acá, // (. . .)

Pero era cóncava hacía abajo // (. . .)

Equipo 2: Pero la gráfica tenía que ser hasta 1.2, / pero por que la hicieron así

Conductor: A ver explicas, ¿Quién pasa a explicar aquí?

Conductor: Tenemos dos gráficas, el equipo 1 explican su gráfica // que opinan de la gráfica 1 y de la gráfica 2, ustedes dicen que no es:

Equipo 2: Yo digo que la de allá / ésta está mal, es la que dibujo la otro chava y es la que nos dijo, nosotros no le entendimos.

Equipo 1: Nosotros graficamos desde 1/3 hasta -1/3 y desde 0.4 hasta 1.2 y tomamos como coordenadas de (1/3, 0.4) y de (-1/3, 1.2) lo marcamos y es la gráfica que hicimos

Conductor: Y a que conclusión llegan, cual es la gráfica correcta, esta o está

Equipo 3: Está hablando

Equipo 1: Lo que esta explicando es que no podemos pasar hasta 1.2 entonces nada más esta es la ventana, es lo que está pidiendo la ventana, tu no conoces los de acá, entonces no se puede graficar, solo esta pidiendo que traces los puntos que da en un principio (. . .)

Equipo 2: Esta es nuestra gráfica pero nosotros teníamos que era coordenada -1/3, en nuestra gráfica que es un tercio

Equipo 3: Aja //

Conductor: Escriben el acuerdo general del grupo, cuál sería,

Equipo 3: El de nosotros quedo igual

Problema 1.6

Conductor: Dibuja una parte de la gráfica que cumpla con la condición de que f "(a) > 0 para toda "x" en un intervalo (a , b). Y explica tu respuesta, haber ustedes pasen a hacer su dibujo cada quipo.

Equipo 1: Aquí esta el intervalo de (a , b), cuando / es mayor que cero, y aquí la segunda derivada es / positiva, o cóncava hacia arriba

Equipo 3: Nosotros tenemos lo mismo nada más que en chiquito

Equipo 3: Aquí esta el intervalo de "a, b" cuando "x" es mayor que cero y aquí porque la segunda derivada es positivo // por eso esta bien

Conductor: A ver, Ustedes

Equipo 2: Es que nosotros no le entendemos ha esto y So gráfico la otra chava que estaba con nosotros y fue la que nos dijo, / hora no vino y es quien nos explico, yo pienso que esta mal su gráfica, bueno como nos lo explico porque ella tomo como que "a" tenía que estar en "x" y "b" en "y", / y debe de estar ab / así los dos no?

Conductor: Entonces que opinan todos

Equipo 2: Que es correcta la primer figura y la tercer figura

Porque es cóncava hacia arriba

Conductor:	Entonces escriben el acuerdo, es correcta la primer y tercera figura, escriban el acuerdo.

Problema 1.7

Conductor:	Del siguiente grupo de gráficas, elige la o las que cumplan con la condición f "(a) > 0, explicando su respuesta, que figuras son las que cumplen, pasan a escribir los números de las figuras que eligieron.
Equipo 3:	Son 2 y 3 // . . . porque es cóncava hacía arriba
Conductor:	A ver el equipo 3 corrige, porque//
Equipo 2:	Por la concavidad.
Conductor:	Entonces están de acuerdo en la figura 2 y 3 .

Problema 1.8

Conductor:	El siguiente problema en el inciso a) dice ¿Como es el signo de f' antes y después del punto "a"?
Equipo 2:	Antes positivo y después negativo
Equipo 3:	Positivo y negativo
Equipo 1:	Antes positivo y después negativo

Conductor: Todos están de acuerdo, el inciso b) Cual es el signo de la f " antes y después de "a"?

Equipo 1: Negativo

Equipo 3: Negativo, negativo

Equipo 2: Negativo

Conductor: ¿Cómo es el signo de *V* antes y después del punto "b"?

Equipo 2: Positivo y positivo

Equipo 1: Positivo y positivo

Equipo 3: Antes positivo y después positivo

Conductor: ¿Cómo es el signo de f" antes y después del punto "b"?

Equipo 2: negativo y positivo

Equipo 1: negativo y positivo

Equipo 3: negativo y positivo

Conductor: ¿Cómo es el signo de f antes y después del punto "c"?

Equipo 2: negativo y negativo

Equipo 1: negativo y negativo

Equipo 3: negativo y negativo

Conductor: ¿Cómo es el signo de f" antes y después del punto "c"?

Equipo 2: positivo y negativo

Equipo 1: positivo y negativo

Equipo 3: positivo y negativo

Conductor: ¿Cómo es el signo de f' antes y después del punto "d"?

Equipo 2: negativo y positivo

Equipo 1: negativo y positivo

Equipo 3: negativo y positivo

Conductor: ¿Cómo es el signo de f" antes y después del punto "d"?

Equipo 2: negativo y negativo

Equipo 1: negativo y negativo

Equipo 3: negativo y negativo

Problema 1.9

Conductor: El siguiente problema dice, Si una función cumple con la condición f '(a)>0 entonces también se cumple con la condición f "(a)>0.

Equipo 1: No

Equipo 2: No

Equipo 3: Si pero creo que no. . .

Conductor: Pasen a explicar

Equipo 3: Si a>0 son coordenadas negativas cuando -a=-1 la función es mayor que cero o al revés

Equipo 1: Si es x^2 ambas son positivas, depende de la función

Equipo 3: Eso, depende de la función...

... ... por ejemplo 6 x^2 f"=12x para -1 queda 2, a ver una función cumple con la condición… sería positivo, ¿Dónde tendrían el -4

Equipo 1: Entonces es falso

Equipo 3: no, no siempre

Equipo 1: Es falso

Equipo 3: Bueno, depende también del valor de "a", pero te estas equivocando

Equipo 2: Pero dice que si una función es menor que cero

Equipo 3: Bueno, no siempre, estamos mal

Equipo 2: Entonces nosotros estamos bien... (...)

Conductor: El acuerdo grupal es:

Equipo 3: Que estamos mal

Conductor: El acuerdo grupal es:

Equipo 2: Falso

Equipo 3: Falso

Equipo 1: Falso

Situación II

Problema 11.1

Conductor: Iniciamos con la situación II. A continuación se muestra una tabla que contiene la tabulación de dos funciones cualesquiera. Es importante que observen que la tabla derecha es la continuación de la tabla izquierda. Contesta las siguientes preguntas. ¿Cuál de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en x= -0.50?

Equipo 1: Son iguales

Equipo 2: Tienen el mismo valor

Equipo 3: Son iguales.

Inicia la intervención del **Ing. Ejel Ruiz López** como conductor.

Conductor: En esta parte teníamos que analizar que es lo que esta sucediendo en la función. Como en este caso esta la tabla, tienen dos funciones, primero vamos a trabajar con la función 1, o sea con la columna de en medio, / como observan es el comportamiento de la gráfica, vamos a representar aquí, vamos a auxiliarnos en un sistema de gráfica determinado, y siempre acuérdense cuando se trabaje en este aspecto gráfico, cuando trabajamos con gráficas de funciones vamos... bueno, viene desde -.060 y se va incrementando en 5 centésimas, sigue -.60 y así sucesivamente hasta que liega a 0.40, nosotros para poder responder ahí nos están pidiendo tres puntos específicos, pero analizamos la primera función, ¿De acuerdo?, ¿Que pasa con esa función?, vean sus valores van aumentando de cero empieza a aumentar a 0.032, después 0.098, después se va a 0.173, luego a 0.2 ¿En que forma va?, aumenta, o sea asciende, a esto le llamamos que viene de un valor pequeño a un valor mayor, para llegar al -0.50, ahora pasemos con la segunda función. Bueno en el mismo intervalo graficamos estos puntos, para -0.65 viene 0.293, el segundo cae a 0.247 y después a 0.201, cuál es el comportamiento de esta función, va hacia abajo, entonces decrece, decrece quiere decir que pasa de más a menos, de un valor grande a un pequeño okey, bueno ahora señalo lo que indica la primera pregunta ¿Cuál de las dos funciones tiene el valor más grande de la derivada en -0.50? yo ya tengo información, si crece o decrece, por ejemplo está crece y está decrece. Voy a tratar un punto más para ver que pasa sí yo analizo ese punto acá, en ese punto me dice cual tiene el valor más grande de la derivada, a que se refiere el valor más grande de la derivada, que es la derivada de la función en ese punto.

Equipos: La pendiente.

Conductor: ¿la qué? La pendiente de la recta tangente, bueno entonces conviene trazar una tangente, si este ángulo es menor de 30° por lo tanto es positivo.

Equipo 3: Positivo.

Conductor: Si yo lo trazo aquí es negativa, es mayor de 90° por lo tanto es negativa, en este mismo punto esta es negativa y esta es positiva, de acuerdo, por lo tanto ¿Cual tiene el valor más grande, la primera función o esta?

Equipos: La de arriba

Conductor: La de arriba, bueno es lo mismo que tienen en está, si yo pudiera representar la gráfica ésta queda así, si yo puedo representar está para la primera función, su derivada corresponde a la pendiente de está recta, y para la otra, ¿Cual de las dos tiene el valor mayor?

Equipo 2: f_1

Equipo 1: f_1

Equipo 3: f_1

Conductor: f_1 bueno según ese análisis que hicimos ahí, tuvimos que elaborar la gráfica, lo podemos hacer para los siguientes puntos ¿Cuál es el siguiente punto? -0.25, bien si crece su pendiente es positiva y si decrece su pendiente es:

Equipo 2: Negativa

Conductor: ¡Ah! Pero, ¿Que pasa si las dos crecen, a ver que pasa por ejemplo si yo tengo una gráfica así, cual de las dos tiene mayor pendiente, como puedo saberlo?

Equipo 1: La que tenga el ángulo mayor

Conductor: La que tenga el ángulo mayor, entonces yo trazaría en este punto un ángulo, y en esté, otro ángulo, este es el mayor ángulo.

Equipo 3: Que corresponde a ala tangente de inclinación

Conductor: Bueno, más aún tenemos que tener un gráfico cuando tengo la tabla, se acuerdan cuando se introdujo el concepto de derivada y trabajaron con algo que se llama

Equipo 2: El incremento de la función

Conductor: El incremento no va ha ser suficiente, y eso mismo es la pendiente de un ángulo, lo vieron en geometría analítica, entonces no es necesario la gráfica, no necesito saber cuál es la función, si tengo la tabla, en el segundo punto están dando dos funciones para -0.25, los dos tienen el mismo valor, las dos valen 0.400, pero como es antes y como después, observen ustedes como f_1 , va creciendo empezó en cero y llego a 400 y f_2 que empezó en 0.293 y llego a 0.400, ¿Que pasó ahí?, también creció, de acuerdo, sin embargo uno creció más que el otro, ¿Como puedo saberlo?, aquí está a cuanto llego f| (x) a 0.400, 0.400, pero antes de legar a 0.400 cuanto varían. Restando voy a saber cuanto creció, cuanto va ha ser 0.067 creció *U* (x) en 0.067, cuanto creció f_2 (x) ¿Que hacemos? liego a 0.400 de donde venia de 0.272 ¿Cuanto es la diferencia? 0.128, bien, según esto ¿Quién creció más rápido?

Equipo 2: f_2

Equipo 1: f_2

Equipo 3: f_2

Conductor: Entonces quien tiene la pendiente más grande o quién tiene la derivada mayor

Equipo 1: f_2

Conductor: Bueno, ya con esto podrán contestar el siguiente inciso, lo resolvemos de dos maneras diferentes bien ahora escojan una y resuelvan el inciso c // ¿Cuál de los dos crece más rápido?...

Equipo 1: f_2

Conductor: Bueno no se traía de elegir uno mecánicamente, aquí tenemos que dar argumentos

Equipo 1: Sí

Equipo 3: f_2

Conductor: Vimos dos criterios para encontrarlo, así como vimos dos podríamos ver más todavía, no son los únicos.

Equipo 3: f_2

Conductor: Escriban su respuesta y justifiquen quien de las dos funciones tiene mayor valor . . . // //

¿Qué paso, cuál?

Equipo 3: Es f_2

Conductor: Entonces es *h,* ¿Qué criterio están tomando? Bueno, para que recuerden los incrementos de x es $xz - x$ 1 o sea *x* final menos x inicial y los incrementos de x son, en el mismo orden para que respeten los signos, es *h,* si con ese hecho, porque uno crece y otro decrece, si no habría que hacer gráficas, basta con ver ia tabla y decir que ia primera función decrece y la segunda función crece, por lo tanto *h* tiene mayor derivada, bueno, okey, entonces esto es decrece y crece, si crece es derivada positiva, y si decrece derivada negativa, bueno, creo que con esto quedamos.

Problema II.2

Conductor. Dice, Bosqueja una parte de las gráficas de dos funciones que cumplan f *'{a)* > g'(a) ¿Cómo es f '(x) respecto a g'(x) alrededor del punto x=a?

Observen que los que les están pidiendo ahí son dos curvas, son dos trazos, sí son dos trazos donde f '(x) su derivada debe de ser mayor que la otra. … algunos lo hicieron.

Equipo 3: Sí ... (. . .)

Conductor: Cualquiera de las dos se puede tomar

Equipo 3: Estamos bien con las dos

Conductor: De las dos rectas ¿Cual tiene mayor ángulo de inclinación en "a"?, esa es una forma en que trazaron, pudieron haber trazado de esta forma, de está otra y aquí el punto "a" esta es *f '(x)* y está es *g* '(x). También podemos decir, la pendiente vale menos y para esta es mayor, o sea, las puedes representar de esta manera, las dos pueden ser positivas, o puede ser una función positiva para el punto "a" y otra función negativa para el punto "a", esto es a la positiva la llamo *f '(x)* y a la negativa *g'(x)* y que cumplan *f '(x)* > g'(x). Observaron entonces están de acuerdo (. . .)

Problema II.3

Conductor: A continuación se muestran las gráficas de varias funciones, todas se interceptan en el mismo punto, decide cual de ellas tiene derivada mayor en el punto x=1. Es importante que expliques tu respuesta.

Equipo 1: A

Equipo 2: A

Equipo 3: A

Conductor: Todos quedaron que A, ¿Por qué razón?

Equipo 1: Tiene el mayor ángulo

Conductor. Efectivamente, si el ángulo de inclinación de la recta tangente se traza en ese punto A, bien.

Problema II.4

Conductor: Dice, de la siguiente pregunta: ¿f '(b) > f '(a) ? Explica tu respuesta, a ver que contestaron

Equipo 1: falso

Equipo 2: falso

Conductor: Sería entonces de todo lo que hemos comentado, perfecto, entonces ya estamos de acuerdo con la respuesta que dio el equipo 1 . . . (. . .)

Más o menos tiene esta forma y nos pregunta es cierto f '(b) > f '(a), claro, tenemos que hacer lo que dijeron sus compañeros trazar la tangente, en donde es mayor el ángulo de inclinación en "a" o en "b", es falso por que el ángulo de inclinación en "a" es mayor.

Problema II.5 a

Conductor: Supongamos que la función f (x) es un polinomio, se sabe que tiene como puntos críticos -1, 1, 2 y 3, además cumple con f ''(-1) = 0, f''(1)>0, f ''(2) < 0 y f ''(3) = 0. Haz un bosquejo con todo el detalle posible a partir de esta información. Se trata de representar una curva que va ha tener ciertas características, saben ustedes que son los puntos críticos, son donde se pueden presentar máximos

Equipo 3: Puntos de inflexión

Conductor: Mínimos, puntos de inflexión, ¿Tres cosas verdad?, bien, ¿Quién me va ha decir la característica?, el valor de la segunda derivada ahí está señalado, a ver que es lo que trazaron, pasen tracen en el pizarrón . . . // . . . . / / (. . .)

Bien después de haber dado las características de los puntos críticos, es importante indicar ahora cual de las respuestas es la correcta . . . //Según lo que tenemos ahí vamos a escribir puntos críticos . . . -1, 1, 2 y 3 el hecho de que sean puntos críticos pueden ser máximo, mínimo o punto de inflexión, bien en -1 es la primera que aparece aquí presenta . . . Quien me dice que forma tiene, por eso es importante, aunque este la figura mal, aquí debe de ser claro quien dice que figura tiene máximo sería negativo, mínimo sería positivo, o punto de inflexión es igual a cero, o bien puede estar así y venir hacia abajo, no podemos saber como esta bien, quien nos va ha decir como va ha ser, pues el siguiente punto 1 que dice que 1>0, en 1 > 0 trazamos de esta forma, así es mayor que cero verdad, entonces debe de venir hacia acá y hacer esto, no puede venir así y hacer esto, de acuerdo, por puro trazo nosotros encontramos que es arriba, lo que pueden colocar aquí o lo pueden colocar acá, pero de todas maneras está rama viene decreciendo, entonces tiene esta forma, bien vamos al punto 3, que pasa con el 3, puede venir hacia abajo, pero como ya se que 3=0 entonces hace esto o esto verdad, o bien puede irse hacia arriba, no sabemos si baja o sube entonces, se asemeja a lo que hicimos, // bien no es difícil, // / / (. . .) está es la ventaja de la segunda derivada. (…)

Equipo 3: 1 y 2 pueden ser puntos de inflexión

Conductor: No porque f'(1) como es y f"(2) como es con este dato ya sabemos, solo cundo f'(0)=0, // (. . .)

Problema II.5 b

Conductor: A partir de esta gráfica que esta acá contestar las siguientes preguntas, ¿Cómo es la función de -1 a 1 y después de 1 a 2,? primero van a toma este intervalo, luego en este otro y luego de 2 a 3 ¿Cómo es la función, a que creen ustedes que se esta refiriendo, podría ser cóncava hacia arriba o hacia abajo ó que otra cosa?.

Equipo 2: Puede crecer o decrecer

Equipo 3: Crecer o decrecer

Conductor: Bien puede crecer o decrecer o bien digan ustedes como es la función, si no tienen escrito nada escriban como es la función, escríbanle.

Equipo 2: Es decreciente

Conductor: Cuando se refiere de 1 a -1 vamos a ver el intervalo, no tomamos los puntos extremos. De 1 a 2 ¿Cómo es la función?

Equipo 1: Creciente

Equipo 2: Creciente

Equipo 3: Crece

Conductor: De 2 a 3 ¿Cómo es?

Equipo 2: Decreciente

Equipo 3: Decrece

Equipo 1: Decreciente

Conductor: Luego dice el inciso d) ¿Cómo es la derivada de la función en el intervalo -1 a 1, como sería la derivada?, a ver, tracen ustedes sus rectas tangentes y digan como sería la derivada

Equipo 2: Pero es la segunda ¿no?

Equipo 1: negativa

Conductor: Si verdad, negativa para cualquier punto, es más, recuerden, cuando la función es decreciente como es, ahora el inciso e) ¿Cual es el signo de la segunda derivada alrededor de x=2?

Equipo 2: negativa

Equipo 3: negativa

Equipo 1: negativa

Conductor: Como es cóncava hacia abajo ¿Cómo es?

Equipo 3: Es negativa

Problema II.6

Conductor: Haz el bosquejo de la gráfica de dos funciones tales que cumplan con la condición $f''(a) > g''(a)$. Aquí ustedes debieron de haber trazado dos gráficas, a ver pasen ustedes, un voluntario de cada equipo . . . . . .

Equipo 2: En esta parte de gráficas nos ha ido mal, verdad…

Equipo 3: Cuál creen que este bien, dos gráficas…

(. . .)

Conductor: A ver nuevamente retomando la segunda derivada, hay que considerar la concavidad, para que nos diga cual es positivo y cuál es negativo, aquí se observan dos funciones, aquí no y aquí sí, Aquí si se observa la concavidad, esta definitivamente no, en estas dos si se observan, las dos tienen cambiado el sentido por lo tanto podemos decir que las dos son. (. . .)

Problema II.7

Conductor: Dice, sean dos funciones *f y g* que cumplen con la condición *f '(a)* < *g'(a)* entonces se cumple la condición *f "(a)* < *g"(a),* Sean dos funciones que cumplen con la condición f '(*) > 9'(x)>0 para todo valor de x en el intervalo (a, b) entonces se cumple la condición *f "(x) > 9"(x)* como ven, ¿será cierto? Para eso basta dar un ejemplo donde no se cumpla, a eso se le llama por lo tanto contra ejemplo y con eso decimos que no, // ustedes que opinan.

Equipo 3: Tenemos aquí que es falso . . . //

Conductor: Ustedes ¿también?

Equipo 2: Falso

Equipo 3: Falso

Conductor: Las dos son falsas, a ver un voluntario... Presten atención a su compañero (. . .) Primero traza *f,* esta es *f,* ahora quien es *f'*, donde está "a ", bien observen lo que hace su compañero, por que hay un detalle importante, a ver, f '(a) < *g'(a)* pregunto las dos son cero por lo tanto son iguales, en el punto "a" moviendo el punto "a" ya cambio, estamos de acuerdo, sigan revisando . .

Muy bien $f'(a)$ y $g'(a)$. . . ¿Y cómo son las segunda derivadas?

Equipo 3: Cóncavas.

Conductor: Esto es lo que hizo, esta bien, ahora es importante que aprendamos a escribir nuestros argumentos. Entonces decimos, cumple con el hecho de que $f(a) > g'(a)$, de acuerdo, eso es lo que esta, para ello se auxilia de la recta tangente, traza la recta tangente, es positiva y la recta de g es negativa por lo tanto $f'(a) > g'\{a)$, pero además no cumplen, porque no cumplen, porque la g'' es mayor que f'' ,por eso no cumple, tenemos que aprender que es lo que estamos escribiendo, // Bien ustedes que escribieron

Equipo 3: Solo escribimos falso

Equipo 2: Solo una función que si cumple

Conductor: No siempre se da el caso, cuando ustedes quieran dar un contra ejemplo lo pueden hacer gráfico (. . .) decimos que cumple con $f'(a) > g'(a)$, veamos si la segunda derivada cumple $f''\{a)> g''(a)$

Equipo 3: No

Conductor: Se agradece su participación, antes de que se retiren queremos conocer el sentir de cada uno de ustedes, si aprendieron algo nuevo, o si corrigieron su apreciación sobre las derivadas.

Alumno: Es buena ¡a forma de trabajar, primero nosotros solos después en equipo y lo que nos ayuda más es trabajar entre todos.

Alumna: Todos aprendimos algo, cundo trabajamos en equipos y en grupo corregimos errores y aprendemos.

Alumna: Nosotros aprendimos que es más fácil trabajar con las gráficas que sacar primero las derivadas

Alumna: A mi primero se me hizo muy difícil trabajar sola, pero ya en equipo y en grupo vi que no era tan difícil como yo pensaba.

Alumna: En equipo y en grupo corregimos errores.

Alumno: Todas las cosas que vimos las habíamos visto, pero es muy difícil trabajar con grupos de 60 estudiantes.

Alumno: Esta es una forma de construir.

Alumno: Nosotros nos damos cuenta que para este tipo de materias todos participamos, aunque nos equivoquemos estamos en clase, a diferencia de cuando estamos en los grupos.

Conductor: A este tipo de aprendizaje lo llamamos cooperativo, en donde todos participan, aunque no sepan, algo tienen que preguntar para poder saber, es importante que trabajen así como lo hicieron fuera del aula, ustedes ya tienen experiencia para poder hacer trabajos, salvar algunas lagunas, la única manera que tienen de aprender es intercambiando su punto de vista, o sea, cuando a alguien le preguntan por que hiciste esto, como lo justificas, dar una razón. Es entonces cuando debemos analizar lo que estamos haciendo, todo lo que hicimos es lo que llevan en calculo desde el concepto de la primera derivada hasta derivadas sucesivas, como dice su compañero es muy difícil trabajar con un grupo de 60 alumnos, no estamos acostumbrados a cuestionar, si tienen dudas se quedan calladas, espero que esto sea de provecho para ustedes.

Finaliza la sesión a las 15:00 Hrs.